Инженерная и компьютерная графика
6 семестр (диф.зачет)

Лектор:

Таранцев Игорь Геннадьевич

Доцент ФИТ НГУ, ИАиЭ, «СофтЛаб-НСК»

Создатели курса:

Дебелов Виктор Алексеевич

Валеев Тагир Фаридович

Козлов Дмитрий Сергеевич

“Картина богаче тысячи слов”

Лекция №5

Визуализация в научных вычислениях

ViSC (Visualization in scientific computing)

Основная задача научной визуализации – это представление в графическом виде функциональных зависимостей вида

$$z = f(x_1, \ldots, x_n),$$

где $\boldsymbol{f}$ может быть сеточная функция.
Если $\boldsymbol{z}$ является вектором $(\boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2}, \ldots, \boldsymbol{z_k})$, то будем говорить об совместном представлении $\boldsymbol{k}$ функций $\boldsymbol{f_1}, \boldsymbol{f_2}, \ldots, \boldsymbol{f_k}$.

Что можно анализировать по графику?

Математический энциклопедический словарь:
График функции – множество точек плоскости с прямоугольными координатами (x, y), где $y = f(x)$, $x \in$ E – область определения данной функции. Для построения графика функции обычно изучают ее следующие свойства:

- Область определения;
- Интервалы непрерывности;
- Интервалы существования и непрерывности первых производных, вторых производных, …;
- Интервалы монотонности (по знакам производных);
- Поведение функции при стремлении аргумента к границе E;
- Точки экстремума, перегиба и еще ряд точек в зависимости от точности построения графика.

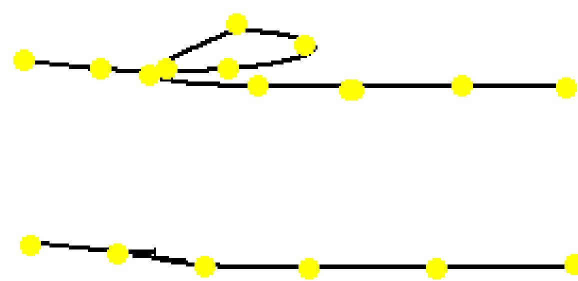
Это алгоритм для ручного построения графика. А машинная графика предлагает возможность строить график и уже по нему анализировать поведение функции. Но область E надо знать <u>до</u> построения, иначе могут быть неприятности при вычислениях.

Значения

- Вещественные
- Целые
- Дата
- Перечислимые
  - типы линии
  - толщины линии
  - шаблоны штриховки
  - цвета
  - текстуры
  - связки, т.е. различающиеся наборы из всех этих. Например,
  - связка1 = (тип линии1, толщина1, цвет 1)
  - связка2 = (тип линии1, толщина2, цвет 2)
  - связка3 = (тип линии2, толщина1, цвет 2)
- Структуры, массивы

Точность

Необоснованные выбор шага, параметризации и т.п. могут привести к совершенно искаженному портрету функции.



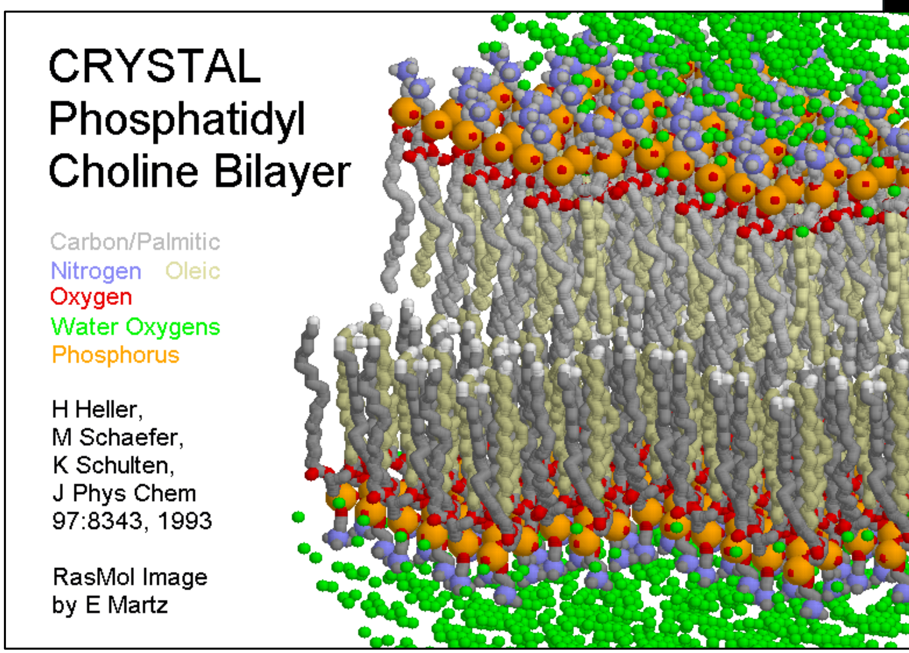
В конечном итоге – это задача машинной графики показать функцию, и она нужна не только для того, чтобы исследователь нарисовал ее и показал другим.
Он может быть сам увидит ее впервые.

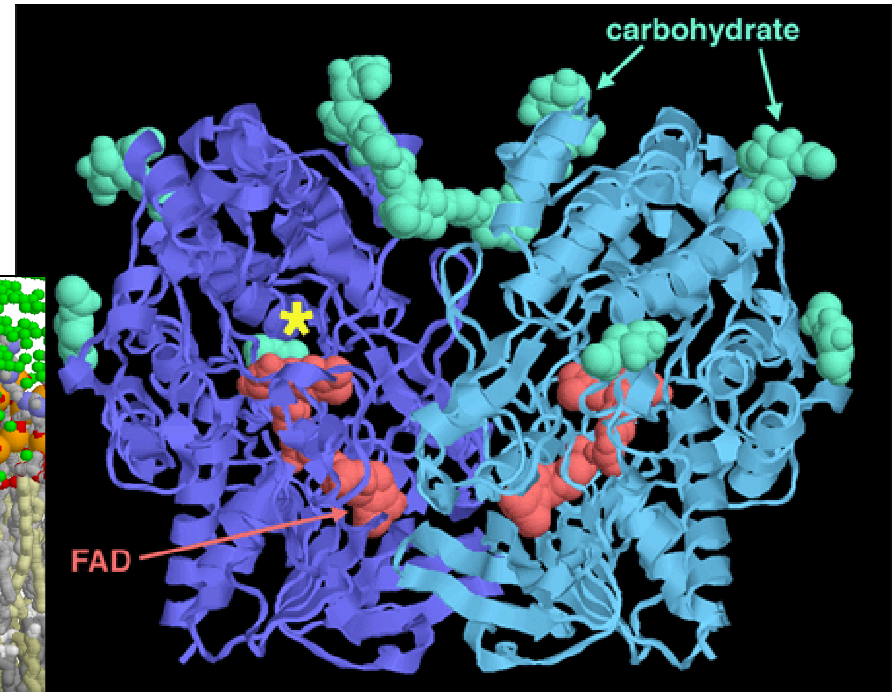
В МГ существует целый слой задач объединяемых под названием ViSC (Visualization in Scientific Computing) – визуализация в научных вычислениях.

Известные программы визуализации научных данных

- Matlab http://www.mathworks.com
- Matematica http://www.wolfram.com
- Maple http://www.maplesoft.com
- MathCAD http://www.mathsoft.com
- PW-Wave (Visual Numerics) http://www.vni.com/
- DX и OpenDX (IBM) http://www.research.ibm.com/dx/
- Rasmol http://www.openrasmol.org/

RasMol – трехмерные изображения моделей молекул



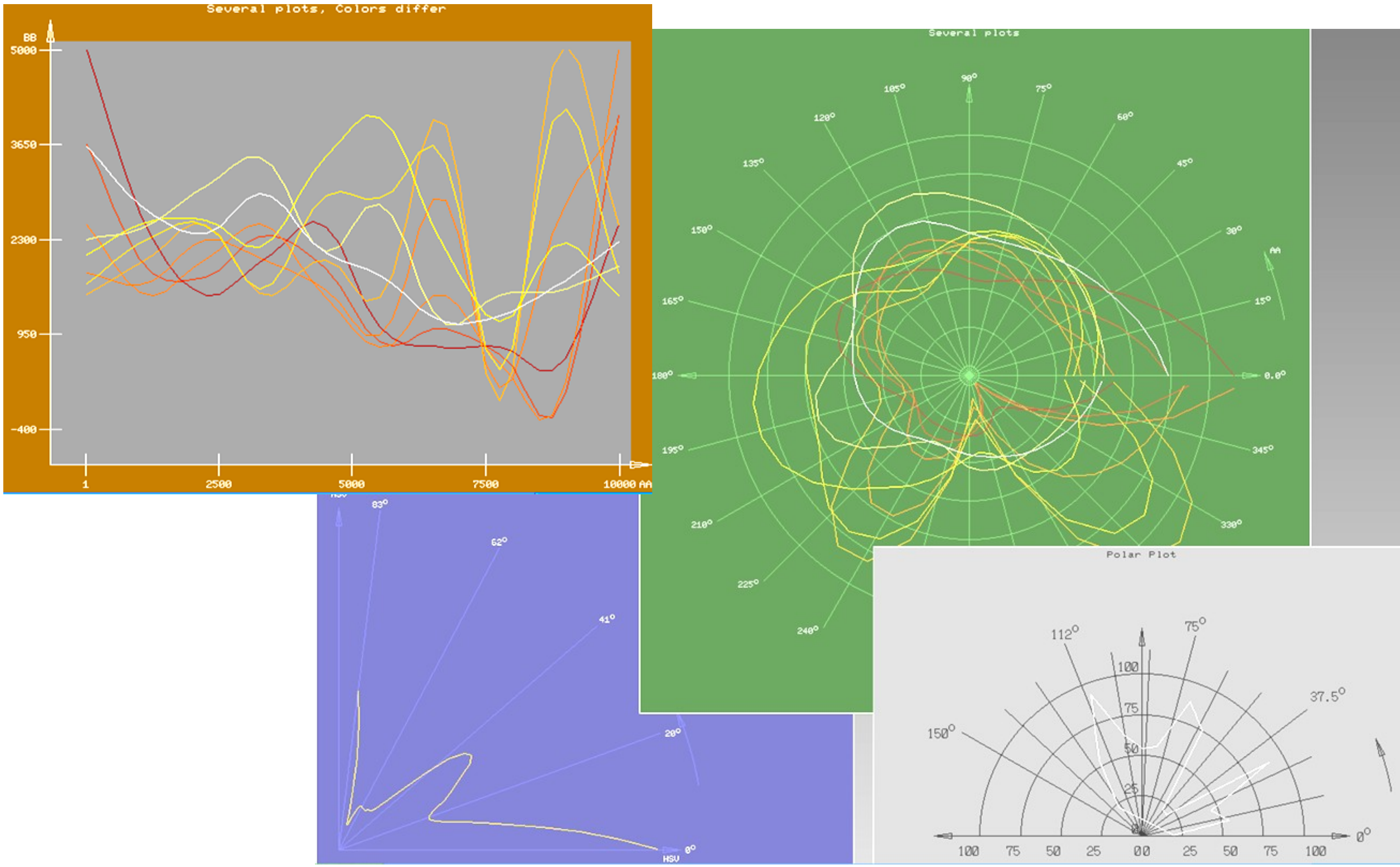


http://pdb101.rcsb.org/motm/77

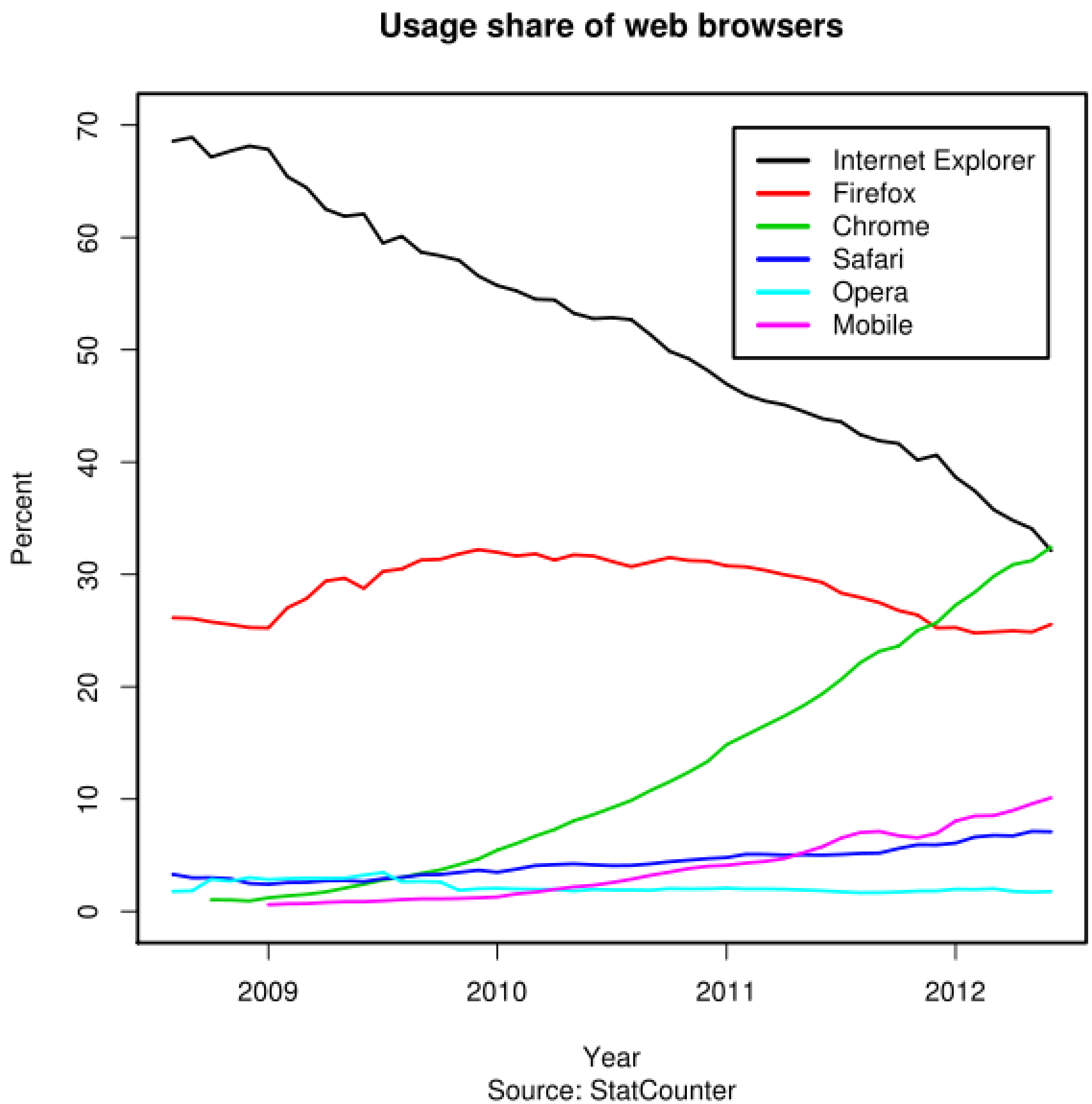
Одномерные графики, представления функций:

- $y = f(x)$ или
- $F(x, y) = 0$ или
- $y = y(t)$, $x = x(t)$.
- Декартова система координат
- Полярная система координат
- Точечная (scatter)
- Одновременное изображение нескольких функций
- Графические атрибуты: цвет, тип линии, штриховка…
- Аннотирующие элементы графика: изображение и оцифровка осей, масштабные линейки.

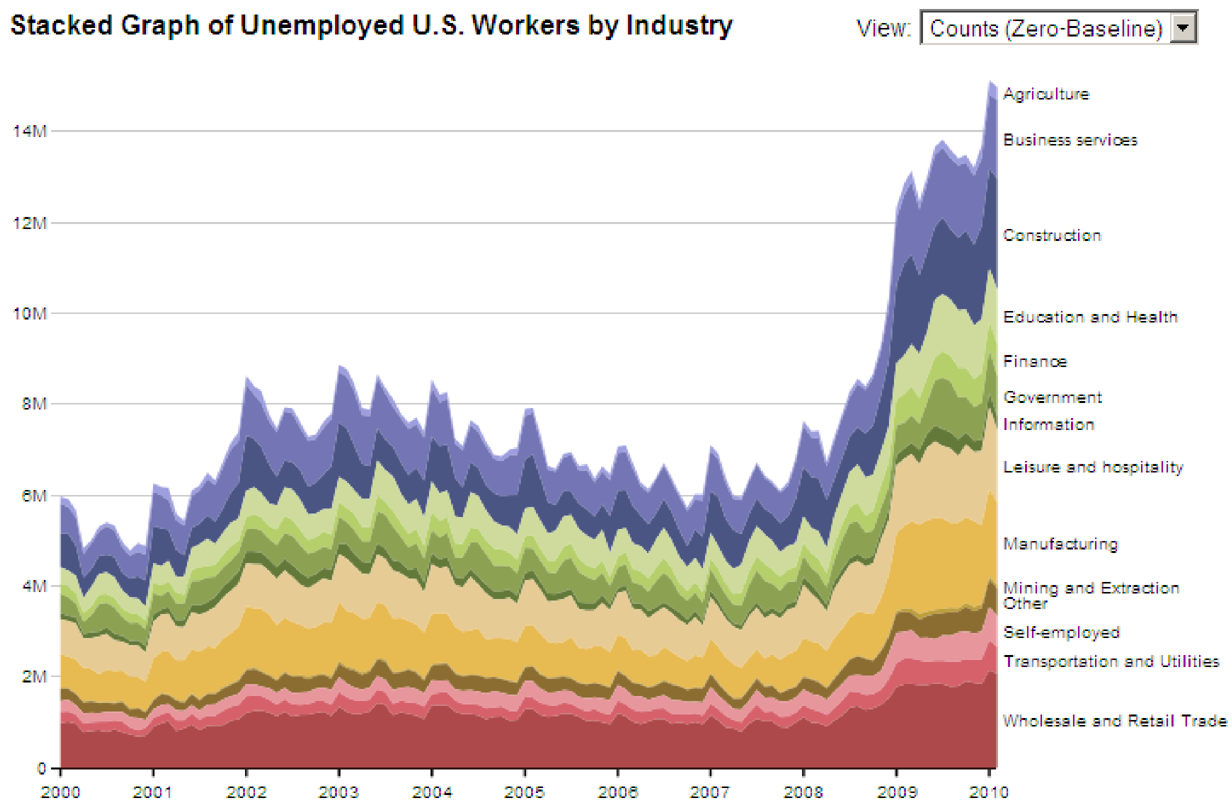
Одномерные графики, представления функций



Одновременное изображение нескольких функций



Столбчатая диаграмма (stacked graph)

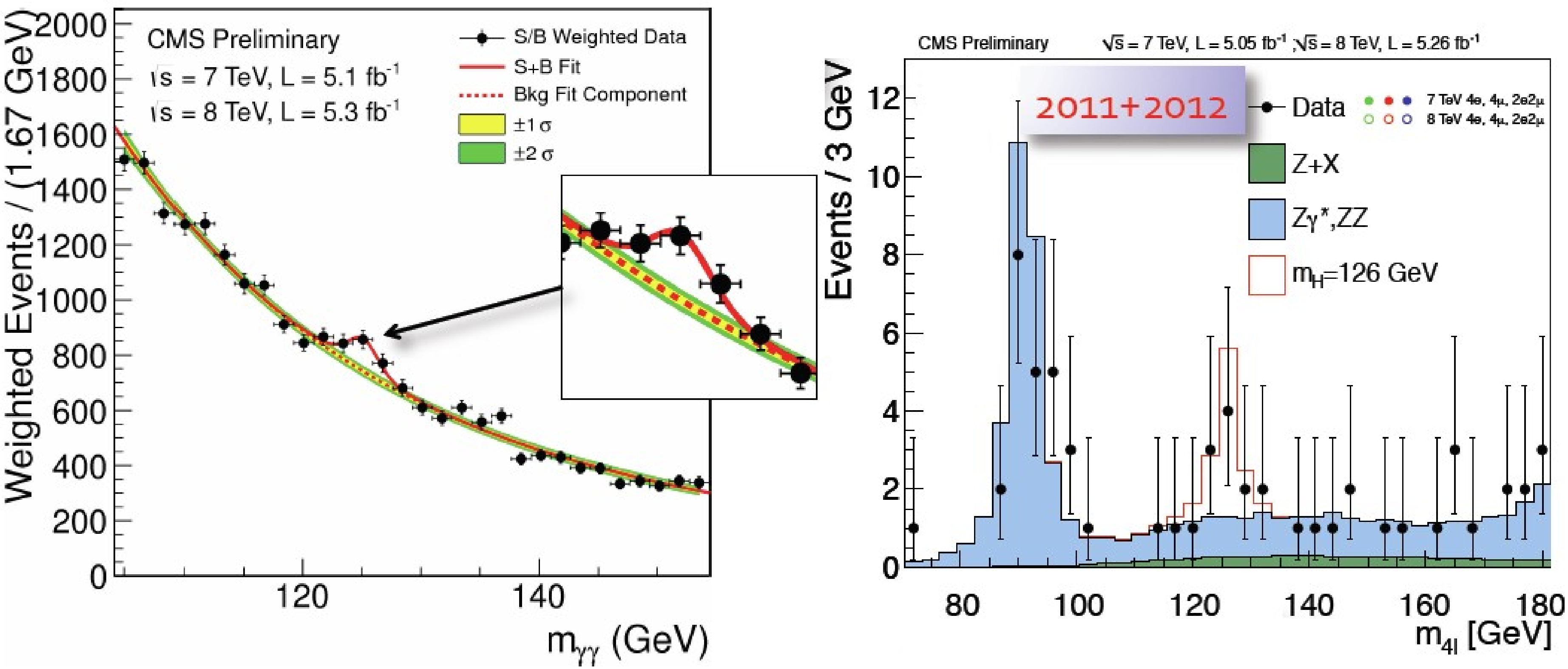


Total counts of unemployed persons per industry, 2000-2010.

Source: U.S. Bureau of Labor Statistics

http://hci.stanford.edu/jheer/files/zoo/ — там ещё много интересных графиков

Погрешности



Хиггсовский сигнал в данных CMS в каналах распада на два фотона (*слева*) и на четыре лептона через промежуточное ZZ состояние (*справа*). Изображения из доклада 4 июля 2012 года

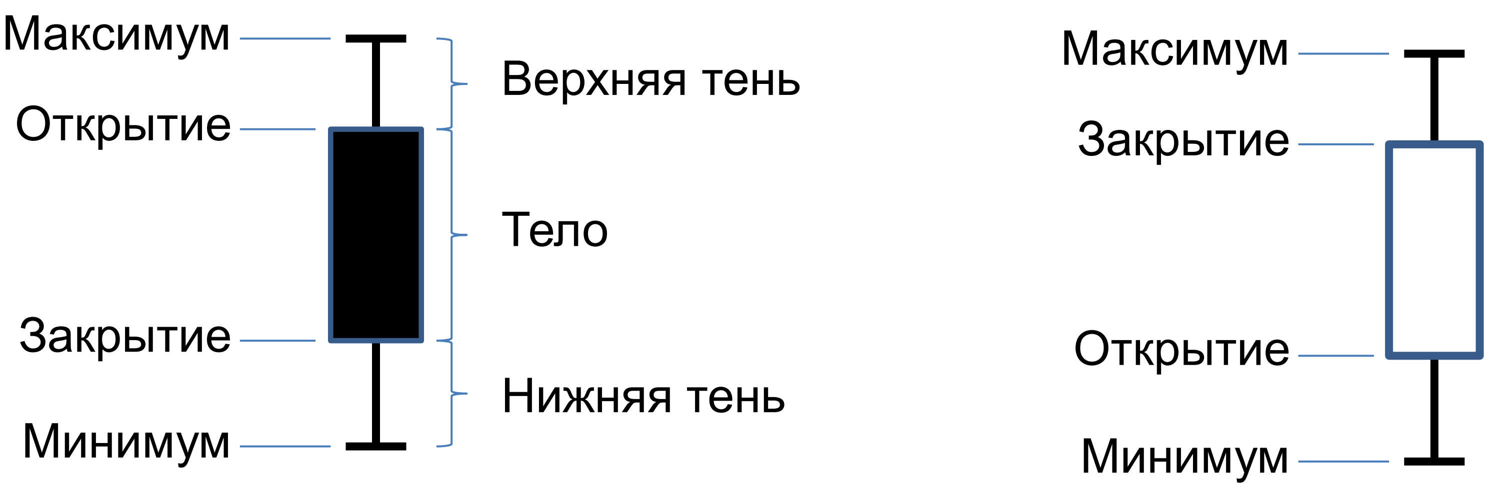
Японские свечи

Индекс РТС (RTSI)

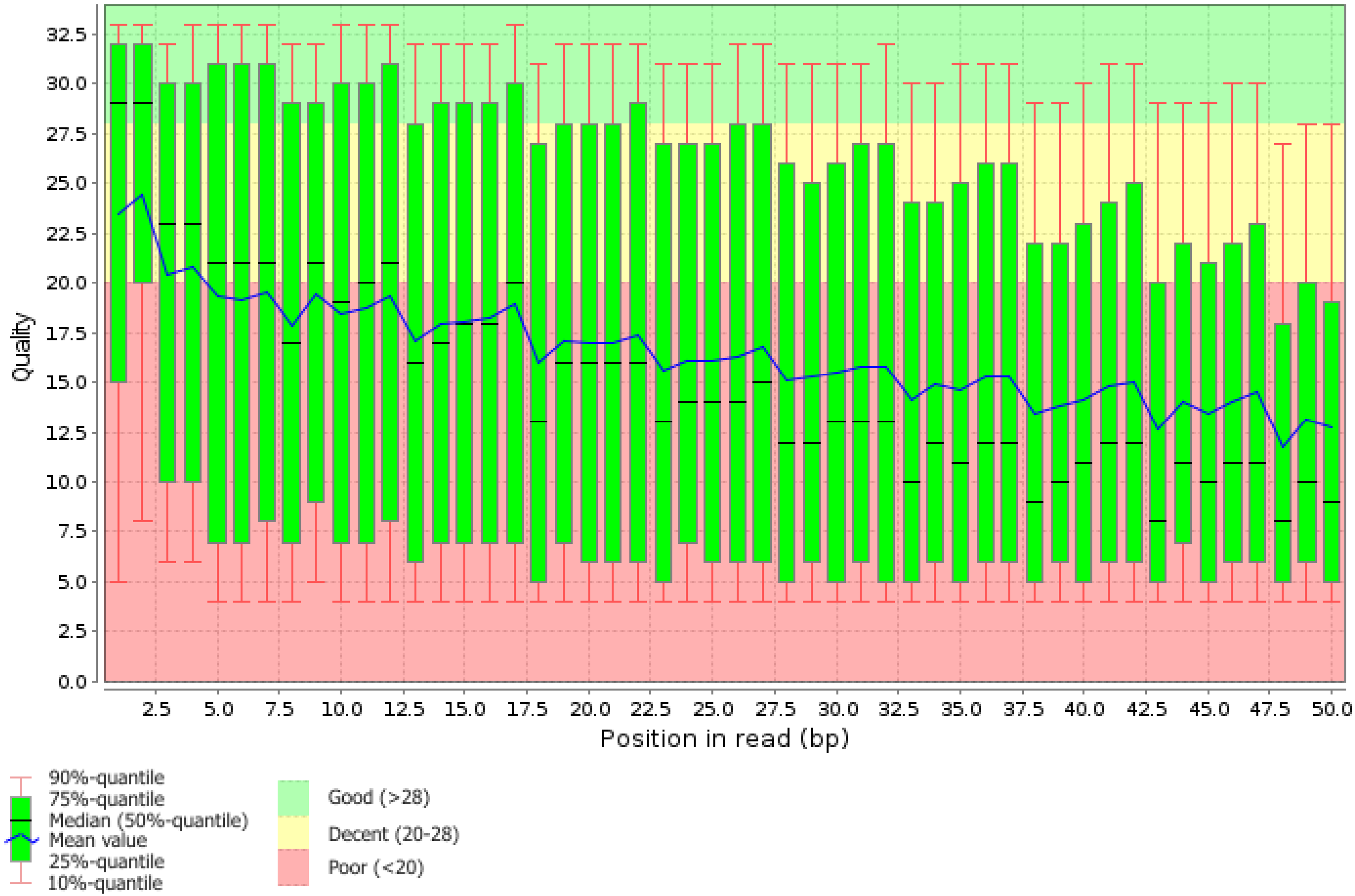
Последнее	Открытие	Максимум	Минимум	Объем	Дата/Время	Шаг
1 499,4900	1 497,7300	1 504,4700	1 481,9900	1,4812 млрд	09.10.2012	неделя

Micex.ru, индекс RTS по неделям

Японские свечи

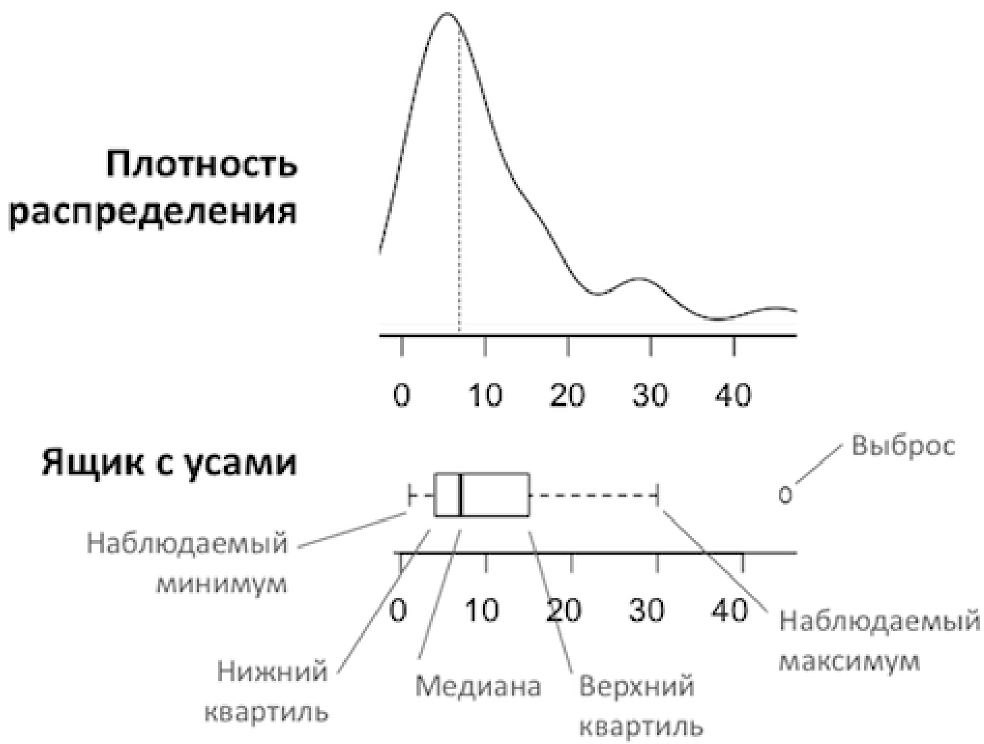


Box-and-whisker



Box-and-whisker

«Ящик с усами»

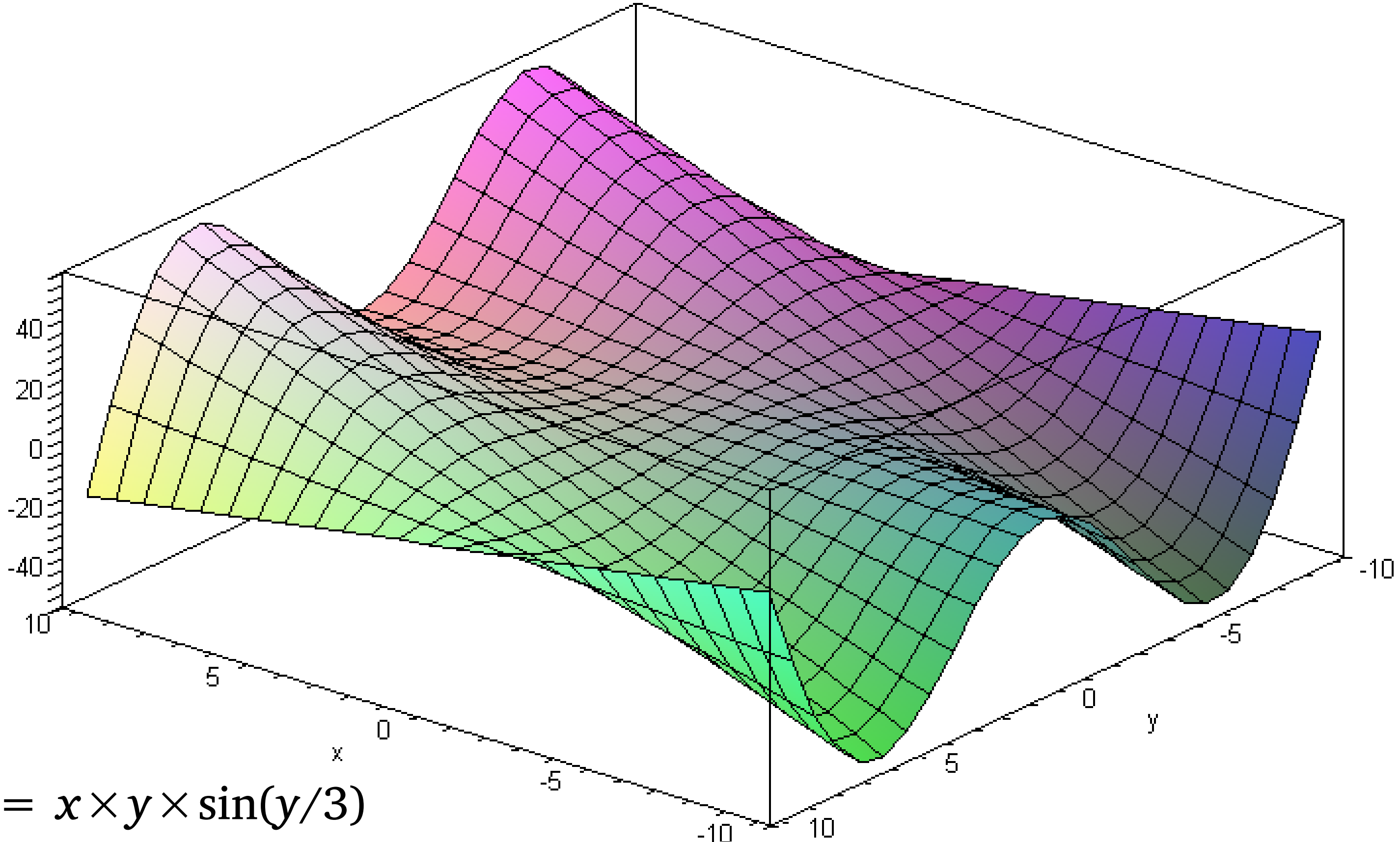


Автор: Артём Родичев - http://libertygrant.co.uk/portal/?p=706, Общественное достояние, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=19921693

Двумерные графики, представления функций:

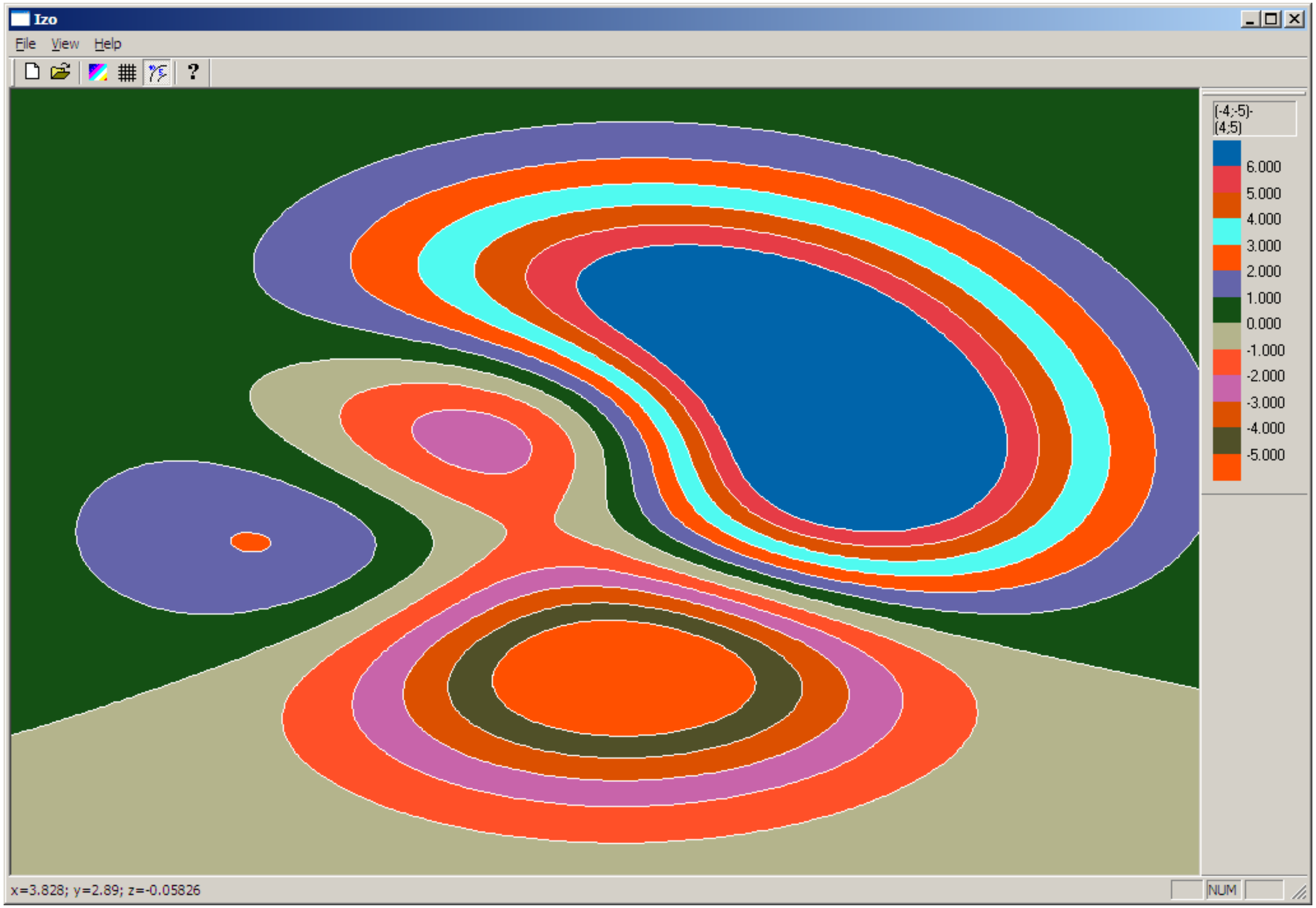
- $\boldsymbol{z = f(x, y)}$ или
- $\boldsymbol{F(x, y, z) = 0}$ или
- $\boldsymbol{z = z(u, v)}$, $\boldsymbol{y = y(u, v)}$, $\boldsymbol{x = x(u, v)}$.
- Декартова система координат
- Цилиндрическая и сферическая системы координат
- Использование методов графического представления функций одной переменной -- "понижение размерности" данных
- Изображение функций в виде поверхностей: проволочное, каркасное с удалением невидимых линий, очерковые или силуэтные линии, полутоновые и цветные изображения
- Изображение изолиниями $\boldsymbol{f(x, y) = \mathrm{const}}$ и цветотоновыми картами
- Аннотирующие элементы графика
- Совместное изображение нескольких функций: векторные поля, линии тока

Объёмный график

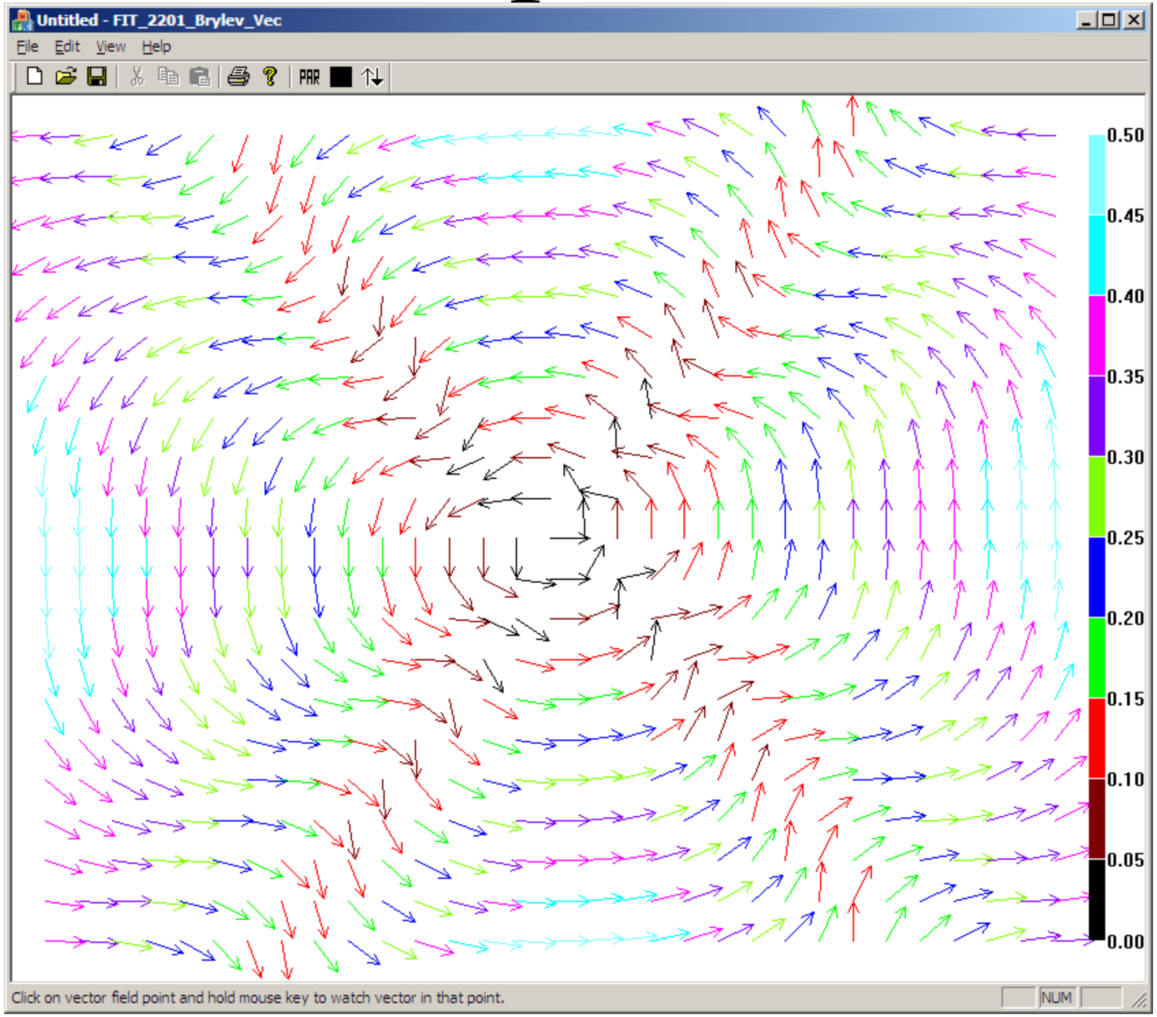


$F(x, y) = x \times y \times \sin(y/3)$
Maple 9.5

Изолинии и цветотоновые карты



Векторное поле



$$X = -(y - 0.5) \cdot \mathrm{abs}(\sin(3 \cdot \mathrm{arctg}((y - 0.5) / (x - 0.51))))$$
$$Y = (x - 0.5) \cdot \mathrm{abs}(\cos(2 \cdot \mathrm{arctg}((y - 0.5) / (x - 0.51))))$$

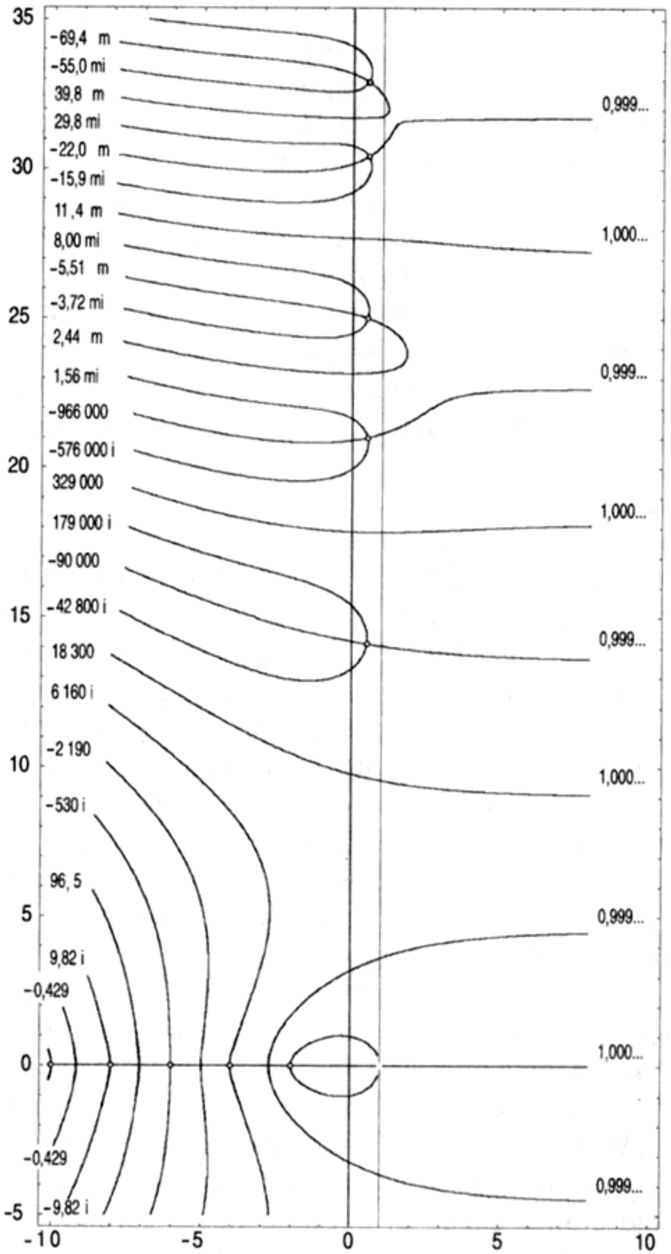


Рисунок 13.6.

Плоскость аргумента. Показаны точки, которые дзета-функция отправляет на вещественную или мнимую оси.

Джон Дербишир «Простая одержимость», Астрель, 2010, с. 263

Функции трех переменных

- Функции вида $t = f(x, y, z)$ (а также неявное и параметрическое задания) — это четырехмерный объект и каких-либо общепринятых методов графического представления таких объектов как целого не существует, поэтому применяются различные методы понижения размерности данных или связывания параметров.
- Изоповерхности функции, т.е. $f(x, y, z) = \mathbf{const}$
- «След» функции на сечениях поверхностями (плоскость, цилиндр, сфера, ...)
- «След» функции на кривых (луч, дуга окружности, ...)
- Использование средств геометрического моделирования

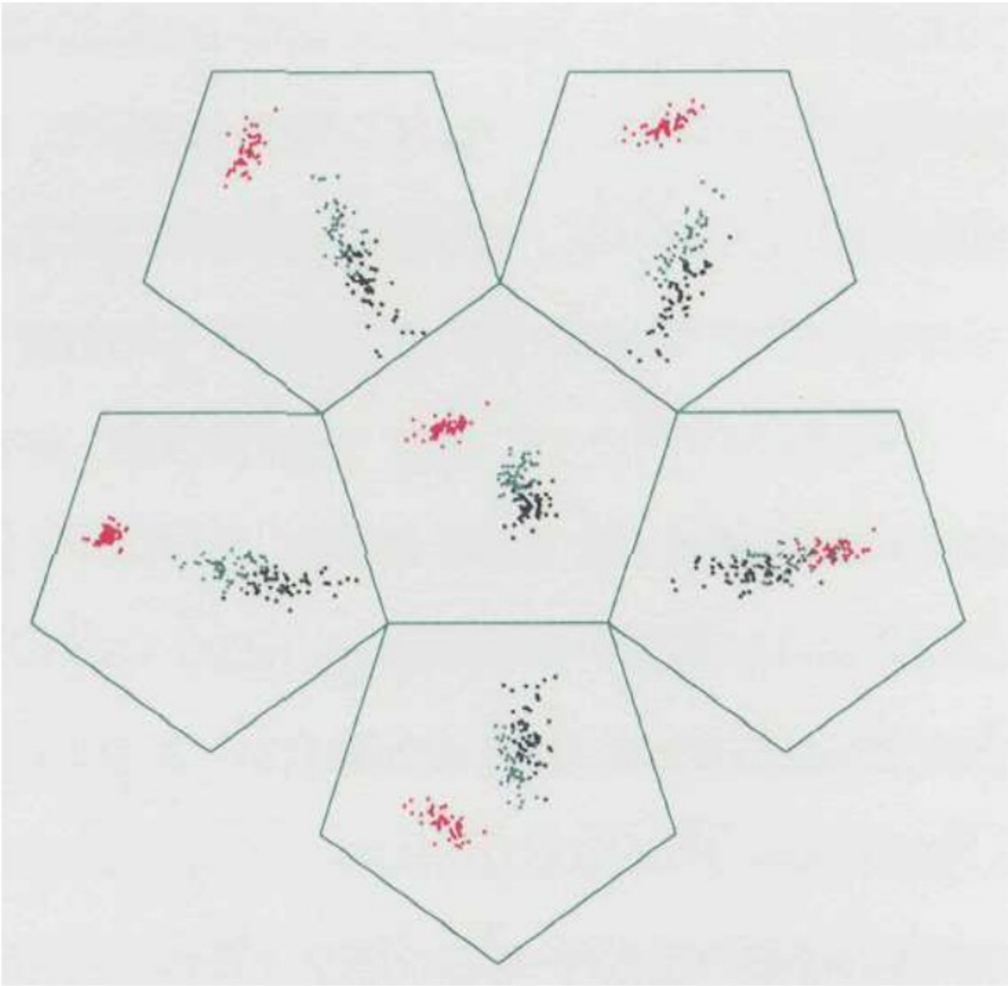
Визуализация скалярных функций изоповерхностями

Строим решения уравнений $f(r) = C_i\ ,\ \ i = 1, \ldots, n$

в виде набора точек $\{P_{i,j}\},\ \ j = 1, \ldots, m_i$

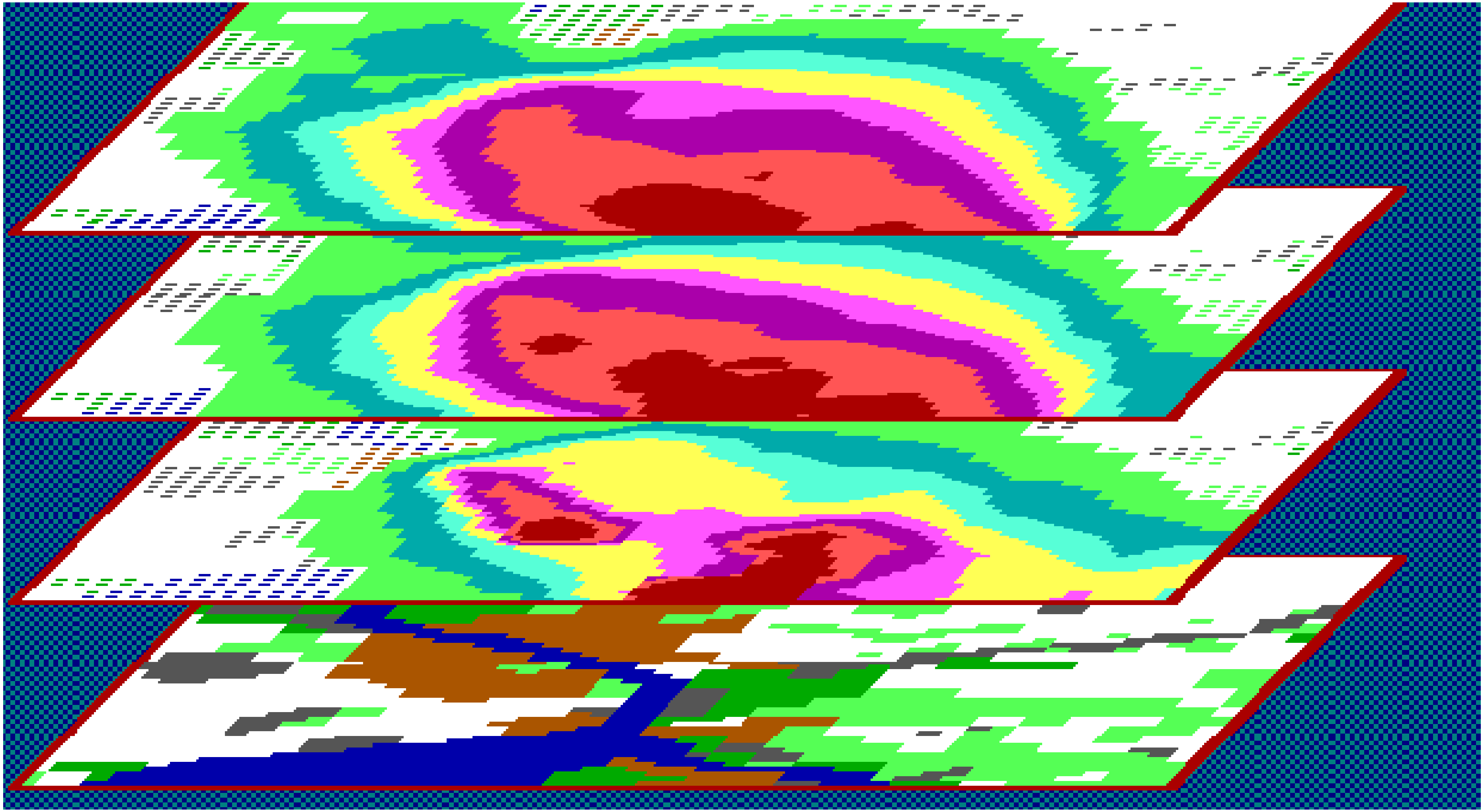
По этому набору точек строится полигональная модель поверхности – аппроксимация изоповерхности i. Например, при помощи триангуляции. Таким образом, получаем семейство из n полигональных поверхностей в пространстве $\left\{S_i \subset R^3, i = 1, \ldots n\right\}$. Далее эти поверхности изображаются любым доступным графическим методом.

Проекции

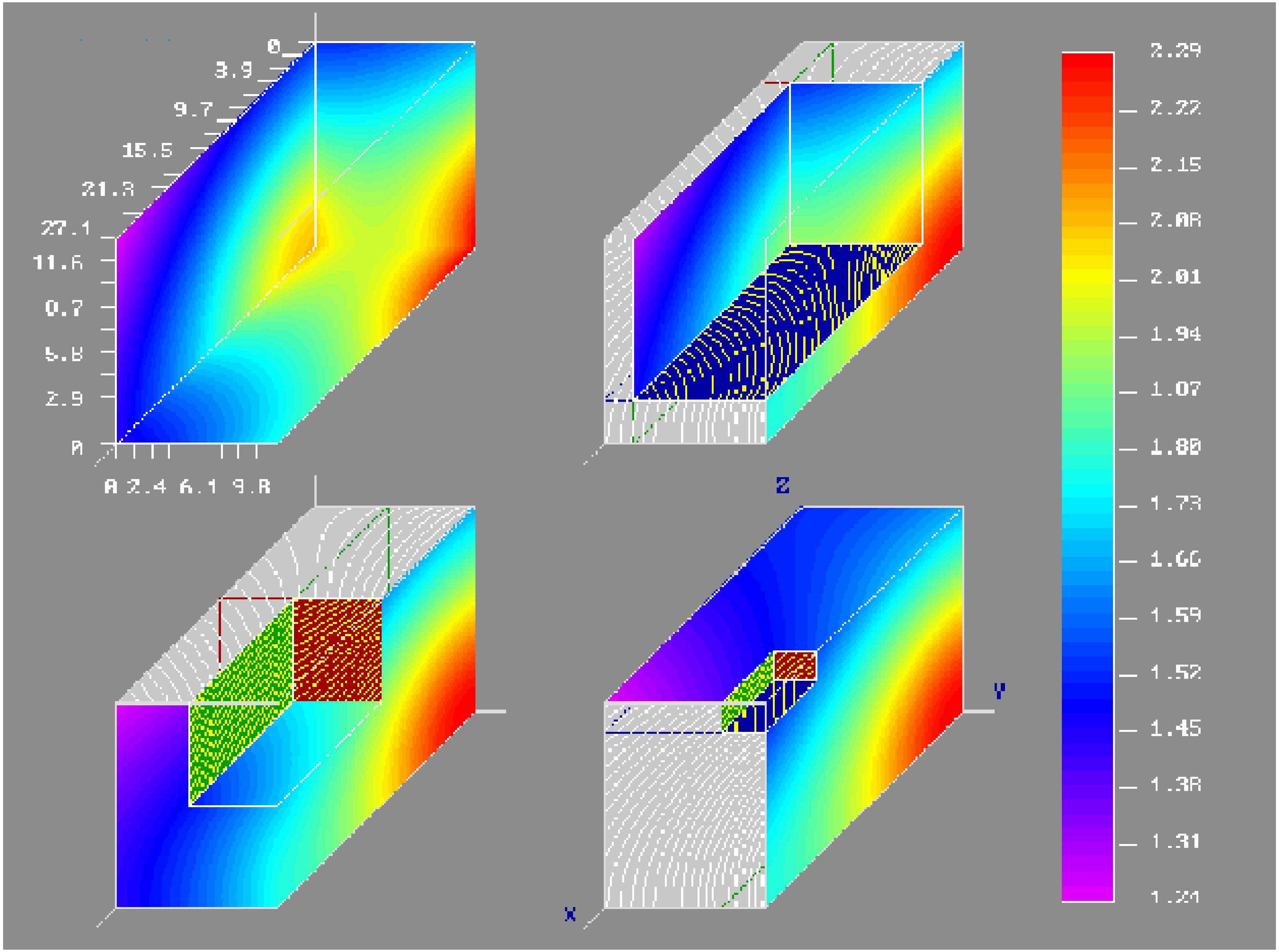


Edward Tufte,
Envisioning information,
p.15

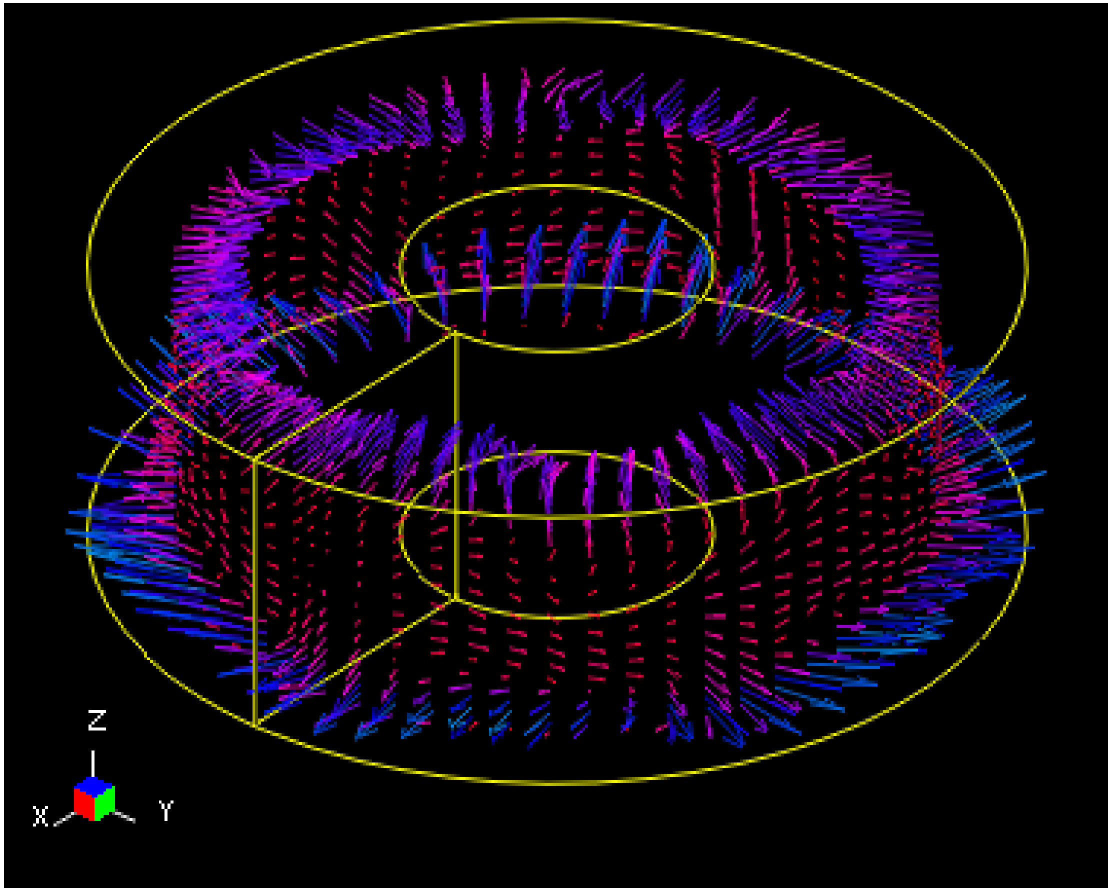
Понижение размерности



Понижение размерности



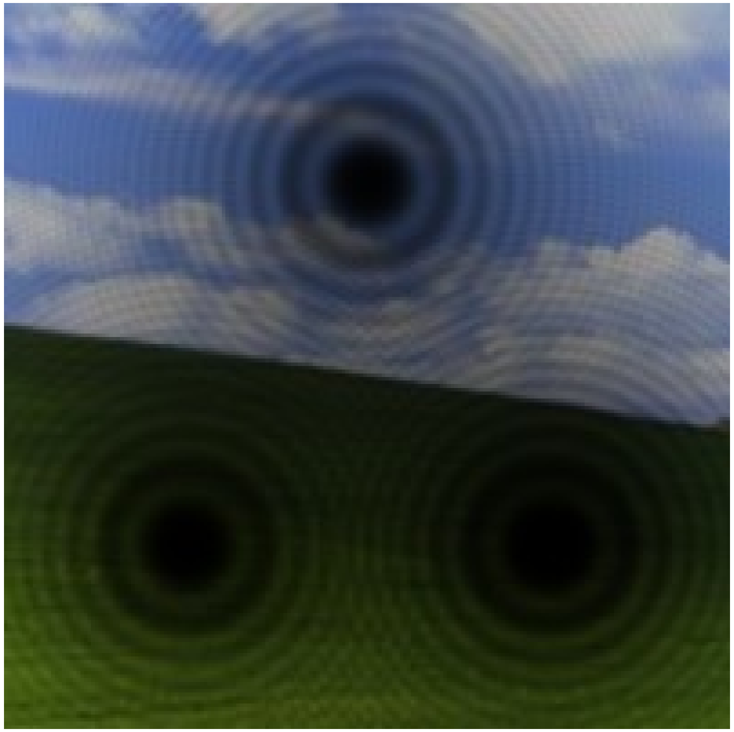
3D векторные поля



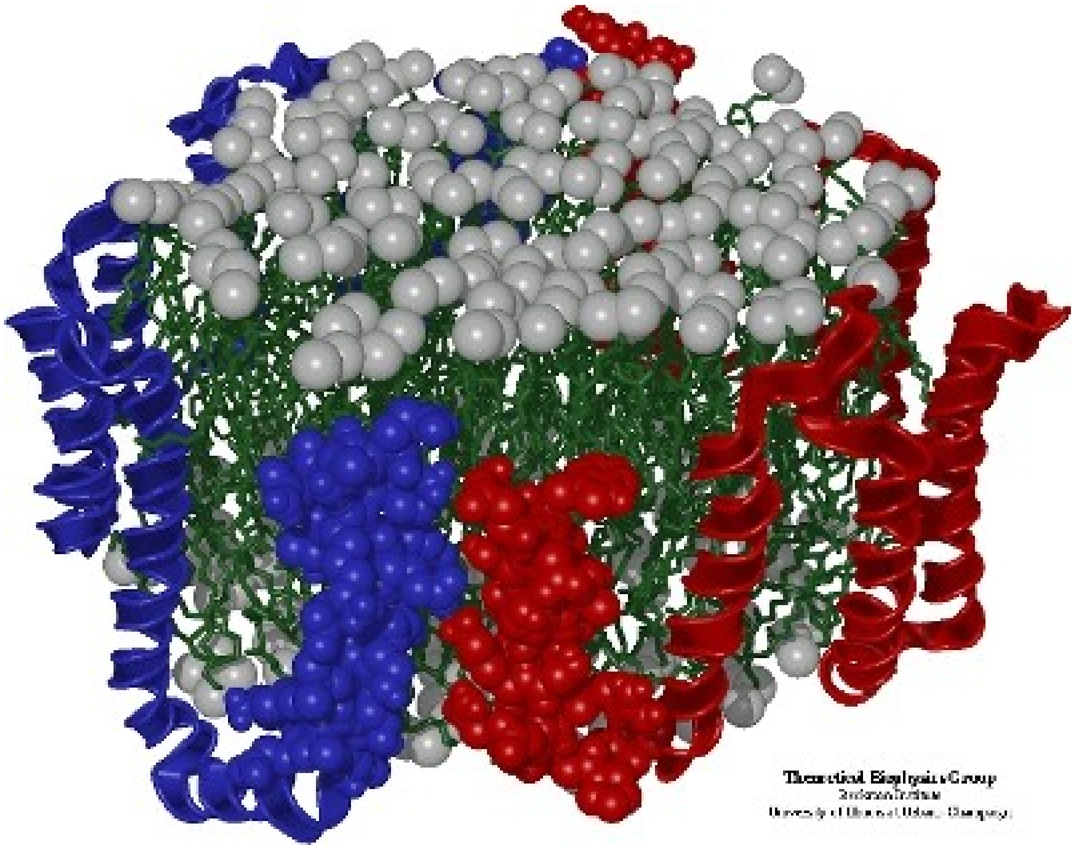
Volume rendering:
Визуализация объёмных плотностей

Полагается, что объемная плотность (***ОП***) – это «участвующая/реагирующая» среда. Она обладает оптическими свойствами – поглощение, эмиссия, рассеивание, которые влияют на прохождение и/или пропускание луча (света, X-лучи, ...). Эта среда состоит, пусть, из капелек воды, из отдельных молекул …

Volume rendering: поглощающая среда



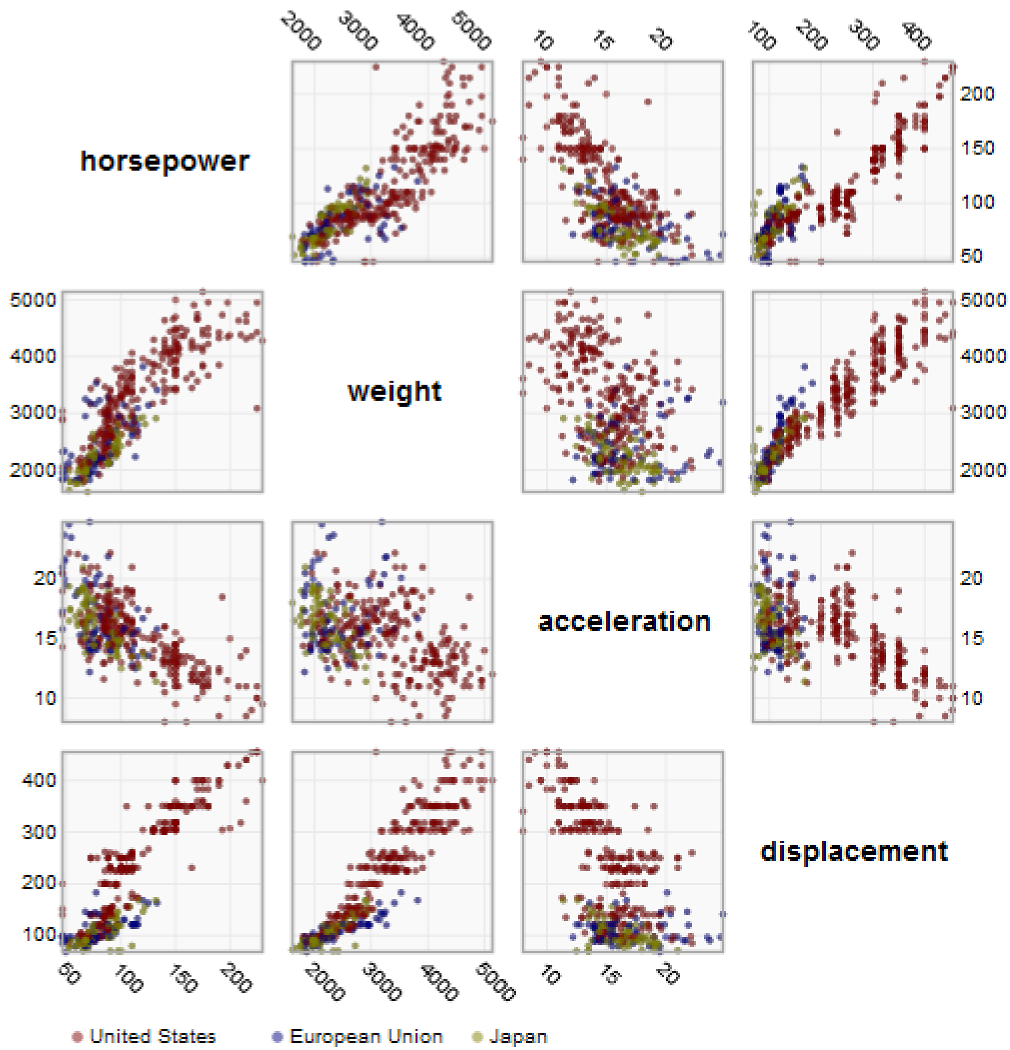
Визуализация молекул



Функции n переменных, $n > 3$

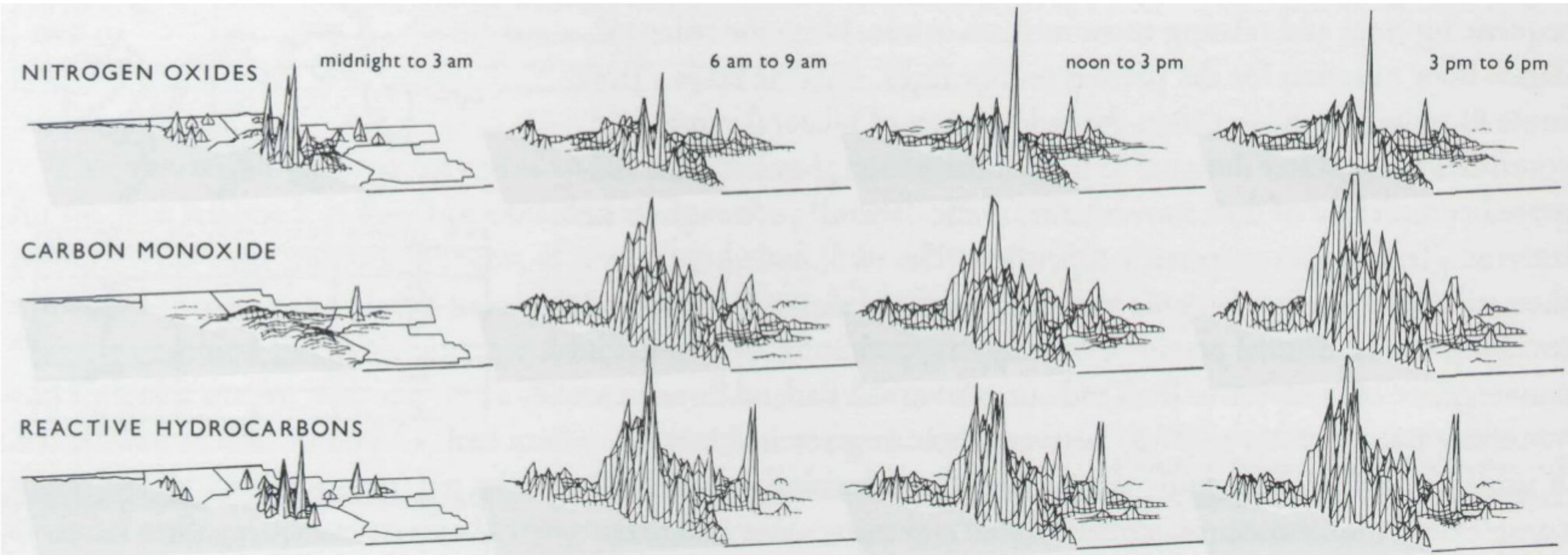
- Методы понижения размерности
- Методы повышения информативности элементов изображения
- Всякое разное…

Scatter Plot Matrix (SPLOM)



http://hci.stanford.edu/jheer/files/zoo/

Small multiples

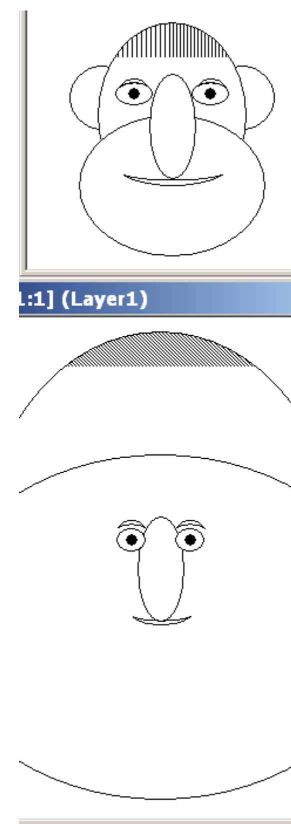


Edward Tufte,
Envisioning information,
p.28

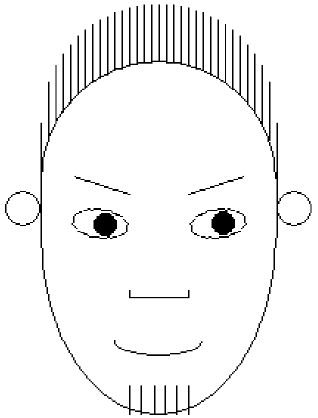
Лица Чернова

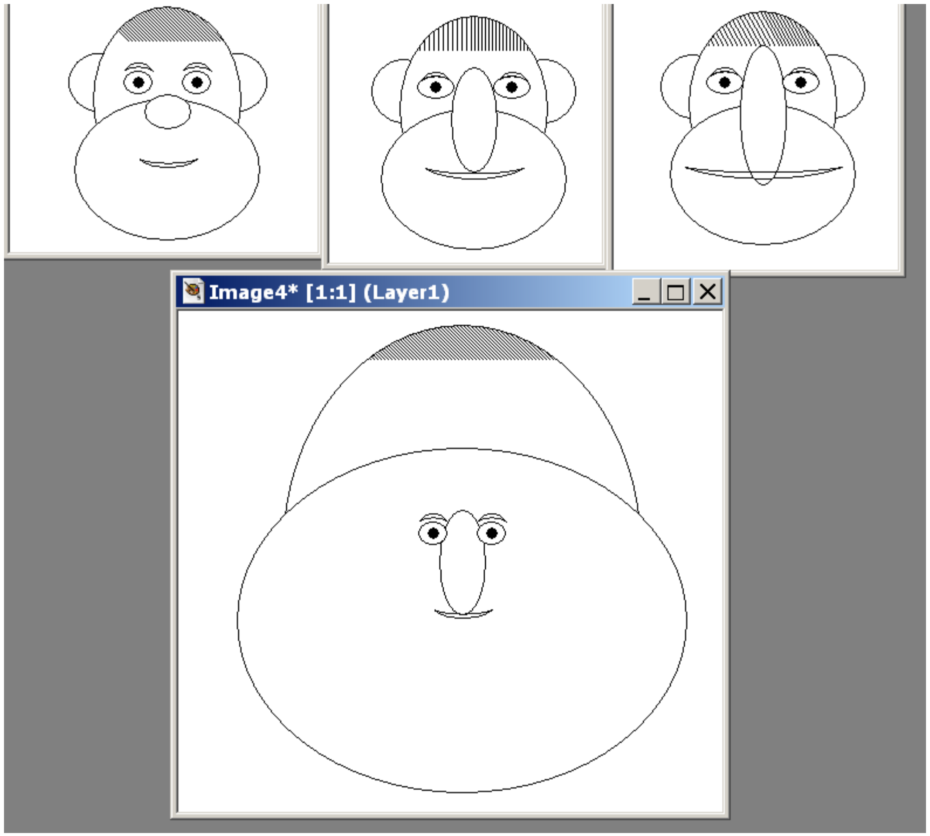
Симметричное лицо, т.е. параметризуется только одна его половина

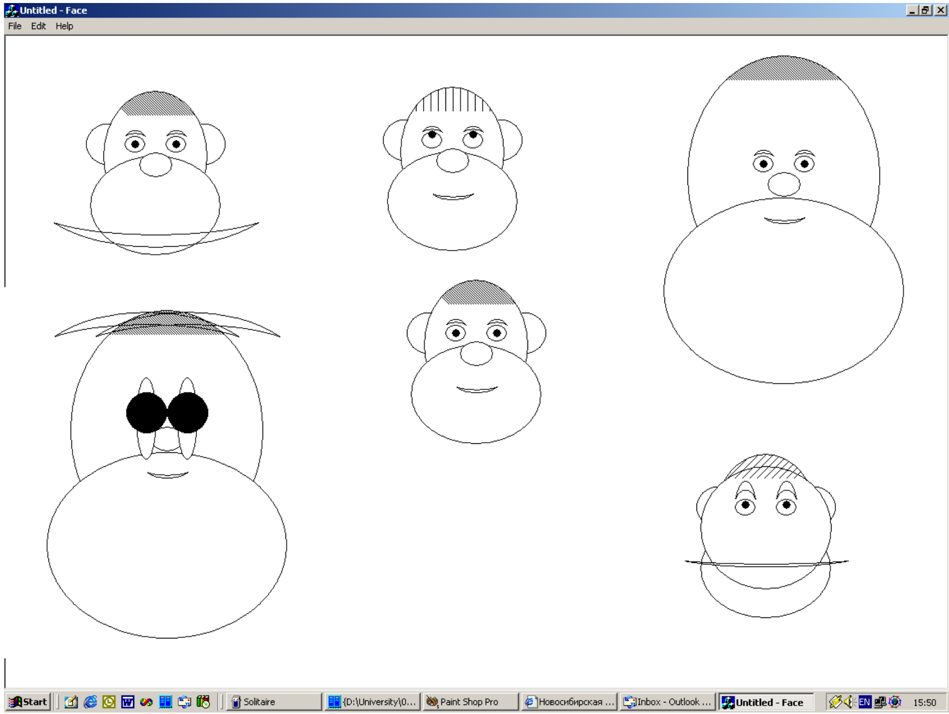
- 1 - ширина уха
- 2 - уровень присоединения уха
- 3 - 1/2 высоты лица
- 4 - центр эллипса верхней половины лица
- 5 - центр эллипса нижней половины лица
- 6 - длина носа
- 7 - положение центра рта
- 8 - кривизна рта
- 9 - длина рта
- 10 - высота центра глаза
- 11 - 1/2 расстояния между глазами
- 12 - наклон глаза
- 13 - центр эллипса глаза
- 14 - длина глаза
- 15 - позиция зрачка
- 16 - место брови (высота)
- 17 - наклон брови
- 18 - длина брови
- 19 - радиус уха
- 20 - ширина носа
- 21 - наклон волос
- 22 - длина бороды
- 23 - густота волос



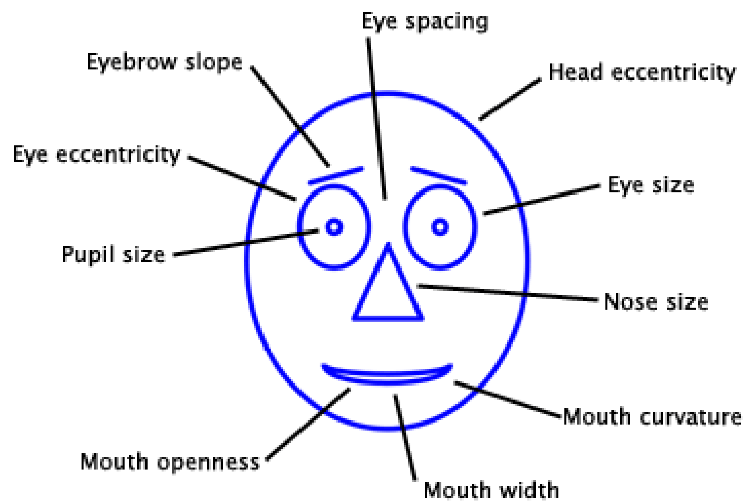
Лица Чернова

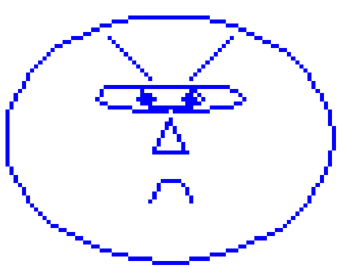






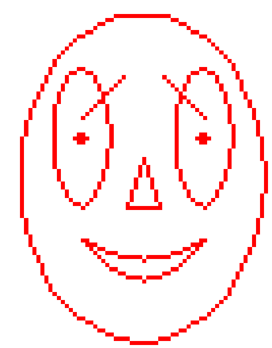
Упрощенные лица Чернова





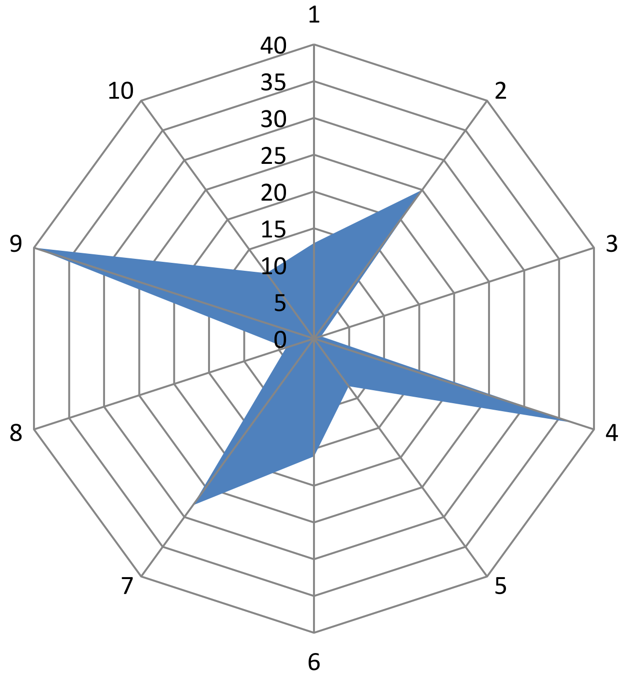
Все параметры = 0

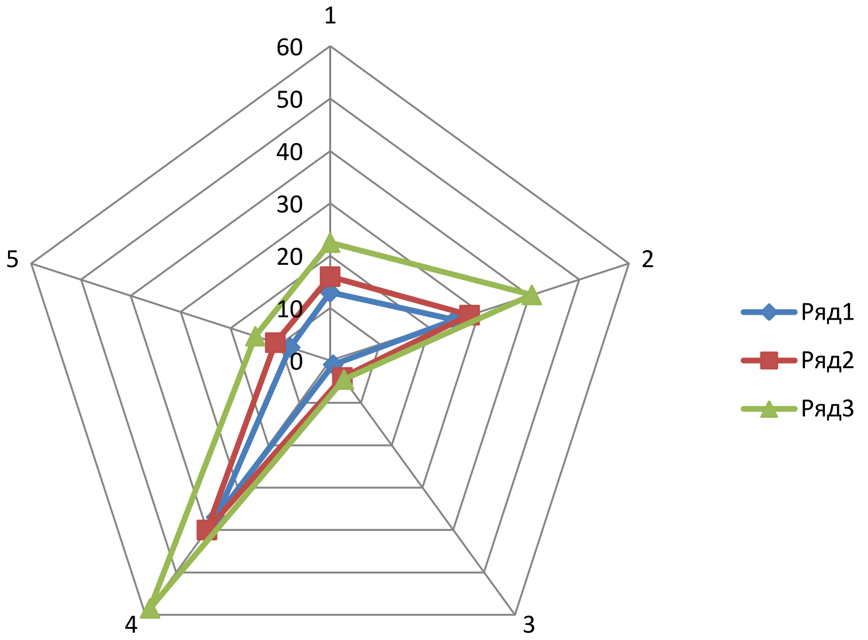
Все параметры = 0.5



Все параметры = 1

Звездчатые графики

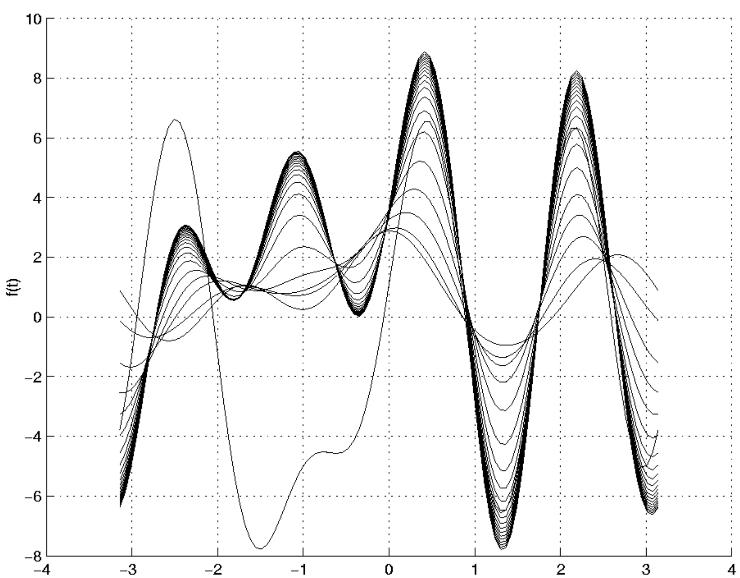


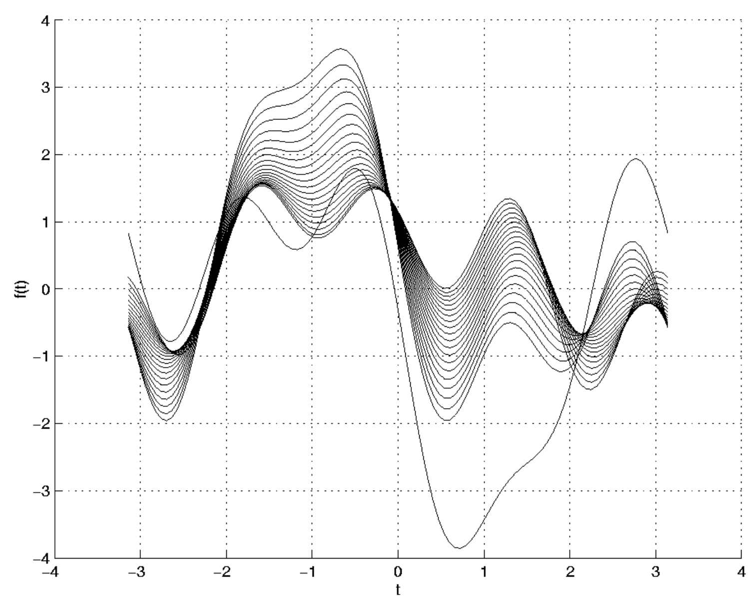


Семейства кривых

Кривые Эндрюса как пример функциональных представлений. Для набора параметров $P = < p_1, p_2, p_3, ..., p_n >$ строится портрет в виде графика функции:

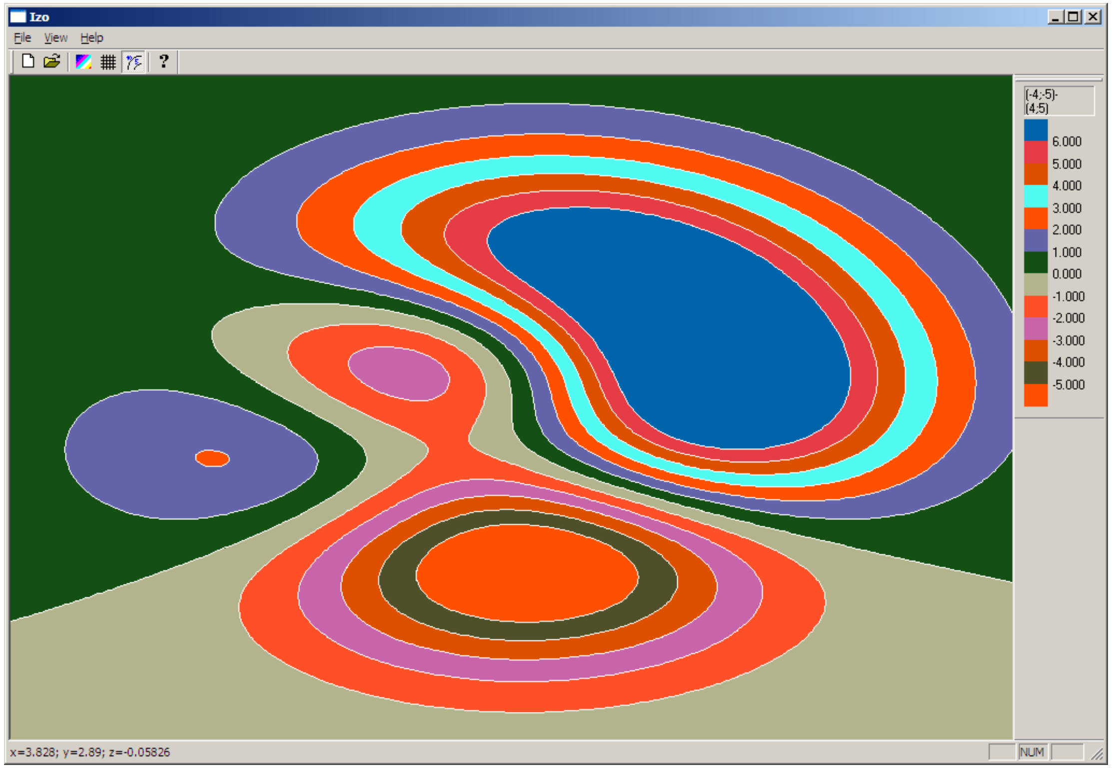
$$f_p(t) = \frac{p_1}{\sqrt{2}} + p_2 \sin(t) + p_3 \cos(t) + p_4 \sin(2t) + p_5 \cos(2t) + ..., -\pi \le t \le \pi$$





В обоих наборах одна из кривых выделяется

Метод марширующих квадратов



Двумерные функции:
изолинии и цветотоновые карты

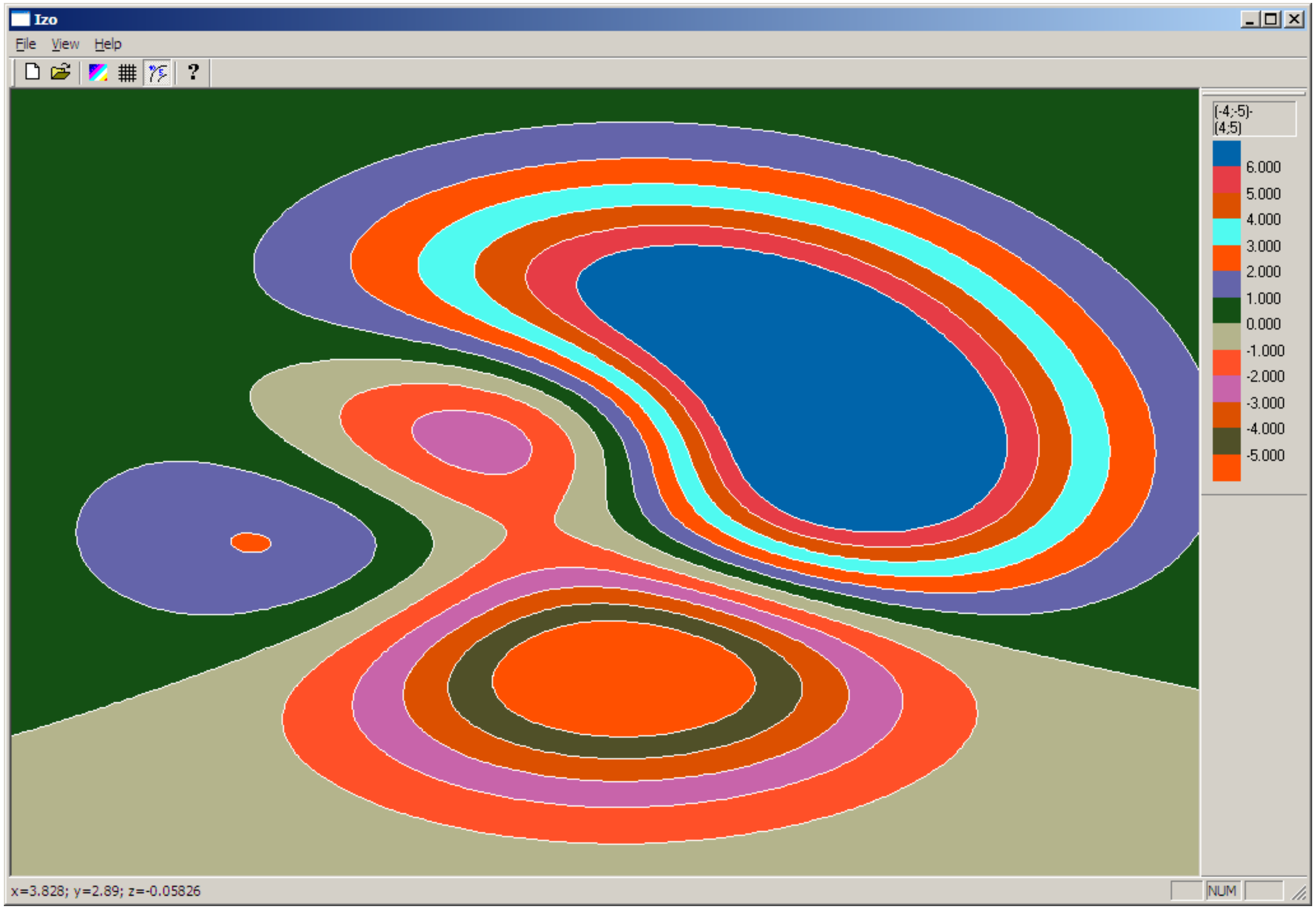
Метод марширующих квадратов

$$z = f(x, y)$$

$$f(x, y) = const$$

$$D \subset R^2$$

$$D = [a, b] \times [c, d]$$



Метод марширующих квадратов

$$D = [a,b] \times [c,d]$$

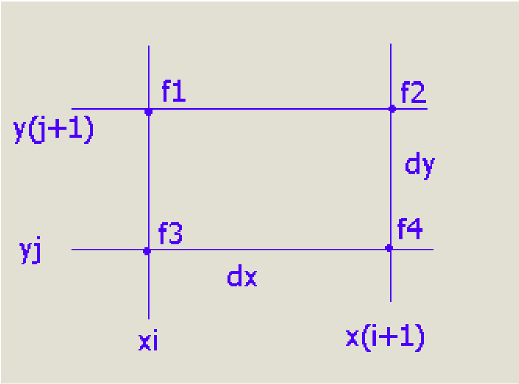
$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_n = b,$$
$$c = y_0 < y_1 < y_2 < \ldots < y_m = d.$$

$$z_{i,j} = f(x_i, y_j), i = 0,\ldots,n;\ j = 0,\ldots,m$$

+ линейная интерполяция между точками сетки

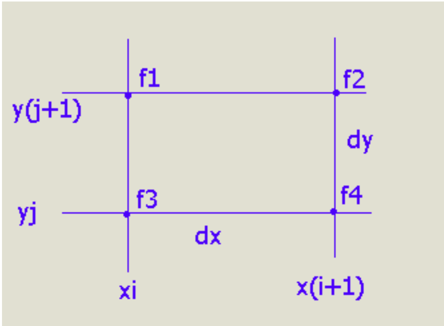
$$f(x,y) = c$$

$$[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$$



Метод марширующих квадратов

Построение изолинии



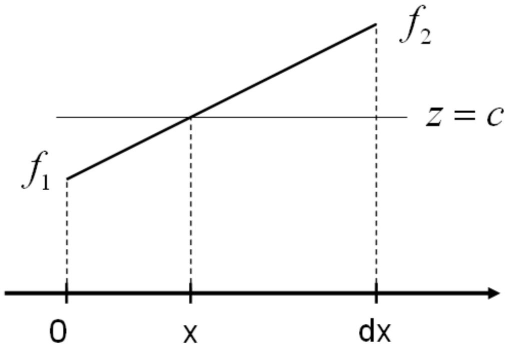
Рассмотрим верхнюю границу:

1) $(c<f_1)\&(c<f_2)$ – изолинии нет

2) $(c>f_1)\&(c>f_2)$ – изолинии нет

3) $f_1<c<f_2$ – изолиния есть

4) $f_1>c>f_2$ – изолиния есть



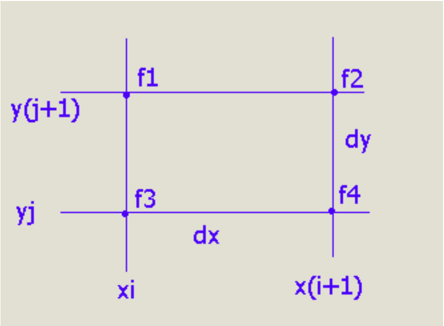
$$x = dx\,\frac{c - f_1}{f_2 - f_1}$$

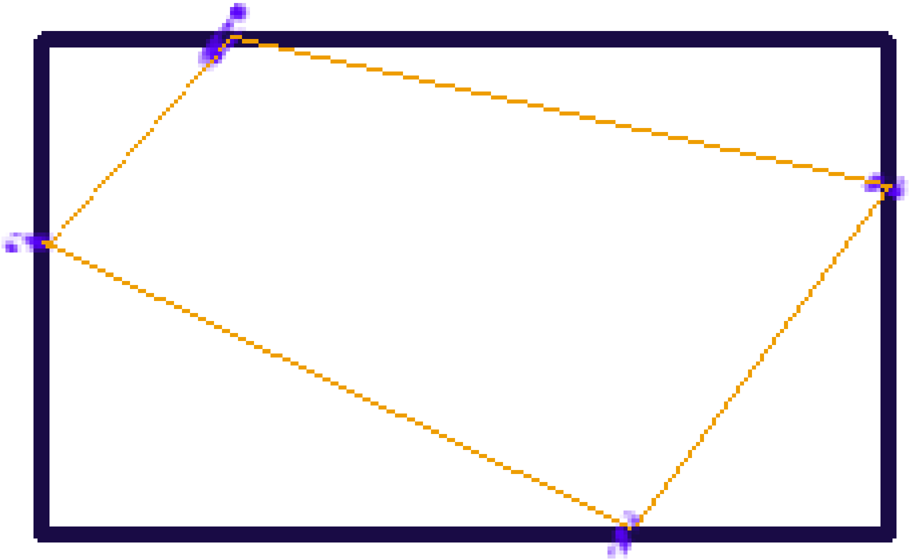
$$\left(x_i + \left(x_{i+1} - x_i \right) \frac{c - z_{i,j+1}}{z_{i+1,j+1} - z_{i,j+1}},\, y_{j+1} \right)$$

Метод марширующих квадратов

Построение изолинии

Аналогично находим точки пересечения для всех границ:



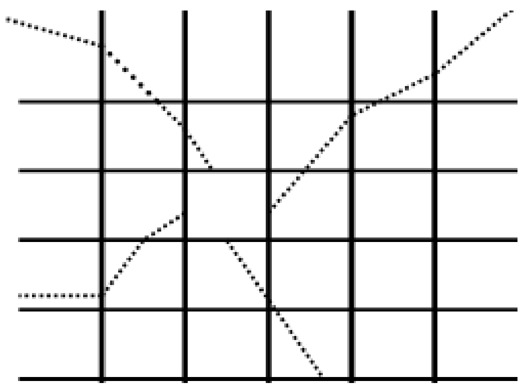


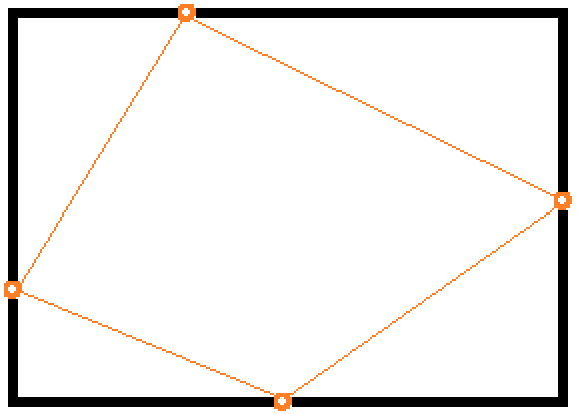
Метод марширующих квадратов

Построение изолинии

Варианты пересечения всех четырех сторон:

- Ни одной точки – изолиния не проходит по данной клетке.
- Ровно две точки – соединяем точки отрезком.
- Ровно 4 точки – есть разные варианты:

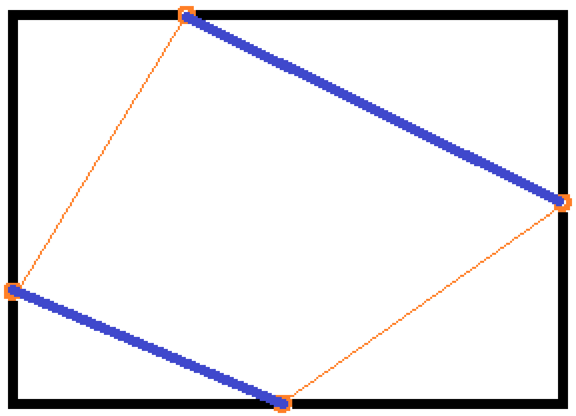


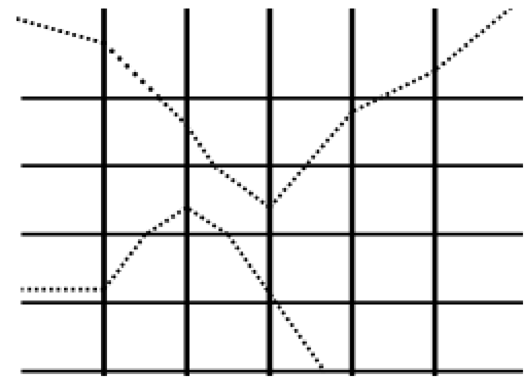


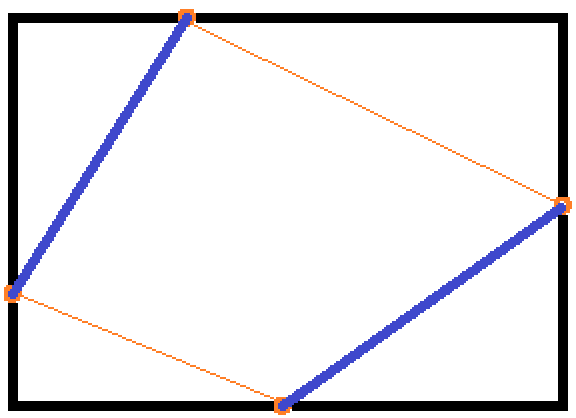
Метод марширующих квадратов

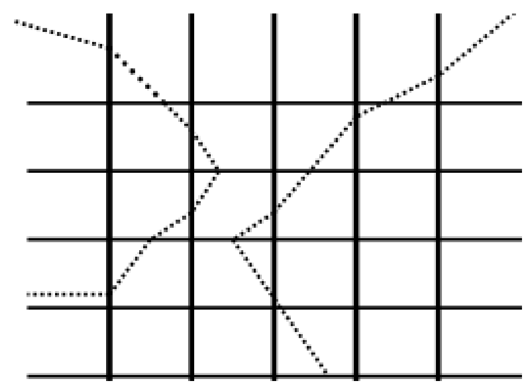
Построение изолинии

Два варианта пересечения всех четырех сторон:





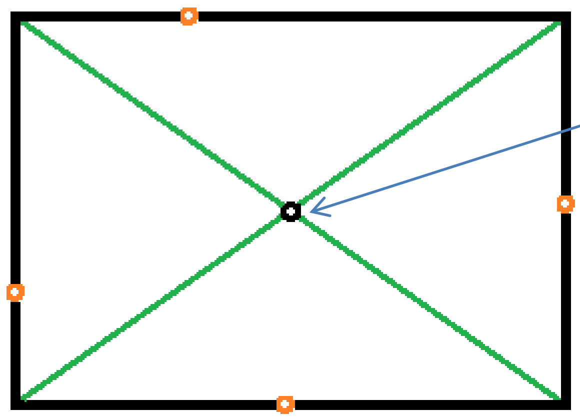




Алгоритм марширующих кубиков

Построение изолинии

Если пересекаются все 4 стороны, то разбиваем на 4 треугольника.
В центральной точке значение функции равно среднему:



$$\frac{f_1 + f_2 + f_3 + f_4}{4}$$

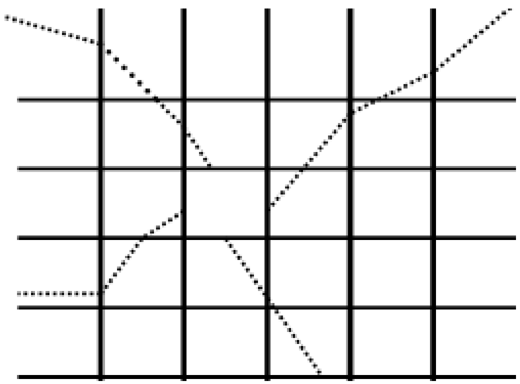
Находим пересечение для новых 4 сторон –
должно быть два пересечения.

Метод марширующих квадратов

Построение изолинии

Варианты пересечения всех четырех сторон:

- Ни одной точки
- Ровно две точки
- Ровно 4 точки
- *Может быть 1 точка, 3 точки*
  или другое количество точек (бесконечное)?

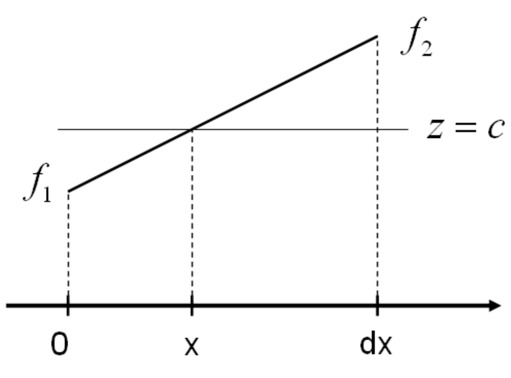


Метод марширующих квадратов

Построение изолинии

Варианты пересечения всех четырех сторон:

- Ни одной точки
- Ровно две точки
- Ровно 4 точки
- *Может быть 1 точка, 3 точки*
  или другое количество точек (бесконечное)?



$$x = dx\frac{c - f_1}{f_2 - f_1}$$

$f_1 == f_2 == c$

`z[i,j] == z[i+1,j] == c`

Метод марширующих квадратов

Построение изолинии

Варианты пересечения всех четырех сторон:

- Ни одной точки
- Ровно две точки
- Ровно 4 точки
- *Может быть 1 точка, 3 точки*
  или другое количество точек (бесконечное)?

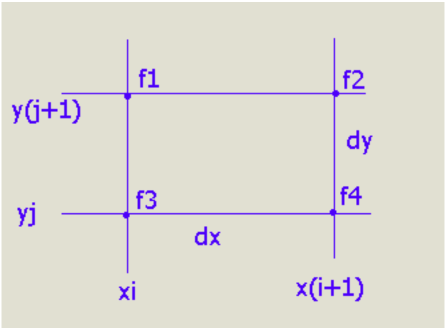
```
if( c == z[i,j] )  z[i,j] += delta;
```

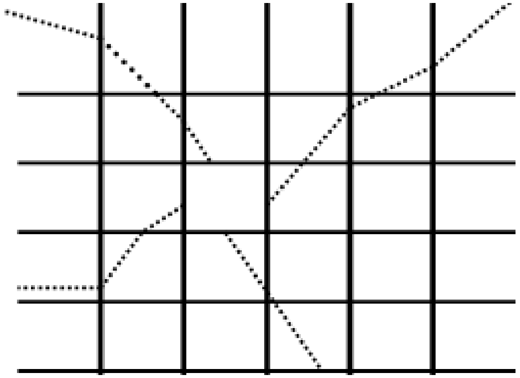
Метод марширующих квадратов

Построение изолинии

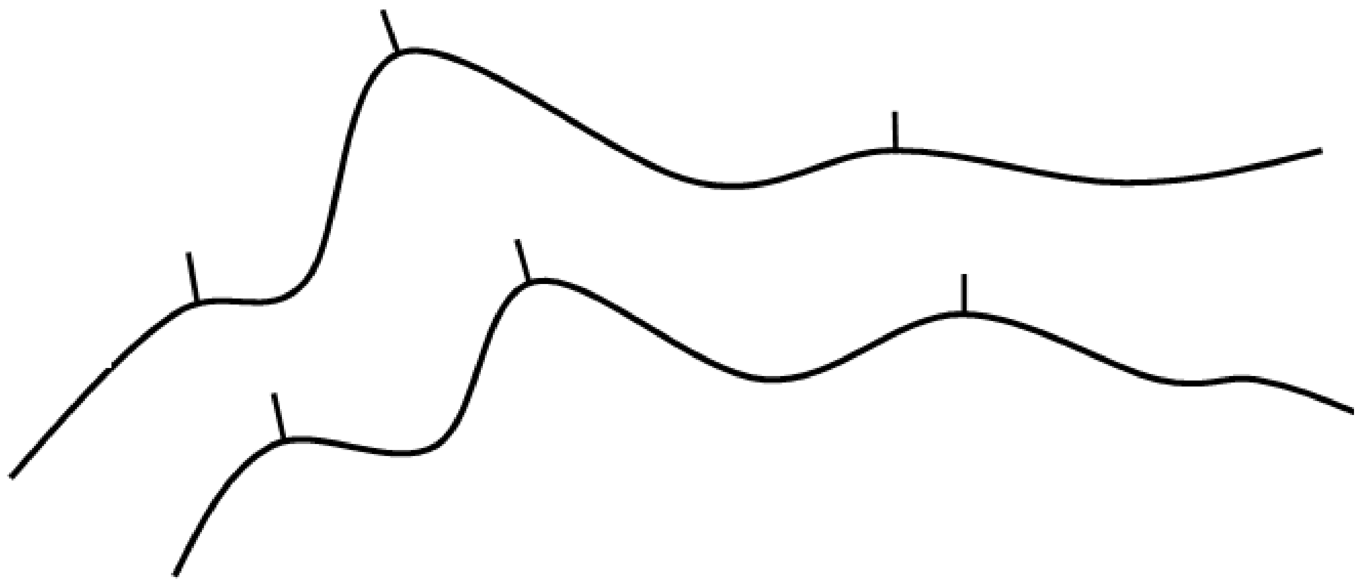
Варианты пересечения всех четырех сторон:

- Ни одной точки
- Ровно две точки
- Ровно 4 точки
- *Может быть 1 точка, 3 точки*
  или другое количество точек (бесконечное)?





Изолинии (бергштрихи)



Метод марширующих кубов

Построение изоповерхностей

Самый распространенный метод визуализации скалярных функций трех переменных (по сути четырехмерных геометрических объектов) – это построение изоповерхностей:

$$\{\, r \in D : \; f(r) = const \,\}$$

Метод марширующих кубов

Построение изоповерхностей

Для набора констант решаем уравнения

$$f(r) = C_i\,,\ \ i = 1, \dots, n$$

в виде набора точек $\{P_{i,j}\},\ \ j = 1, \dots, m_i$

По этому набору точек строится полигональная модель поверхности – аппроксимация изоповерхности.

Метод марширующих кубов

Построение изоповерхностей

Таким образом, получаем семейство
из n полигональных поверхностей
в пространстве:

$$\{\, S_i \in R^3, \quad i = 1, \dots, n \,\}$$

Далее эти поверхности изображаются любым доступным графическим методом.

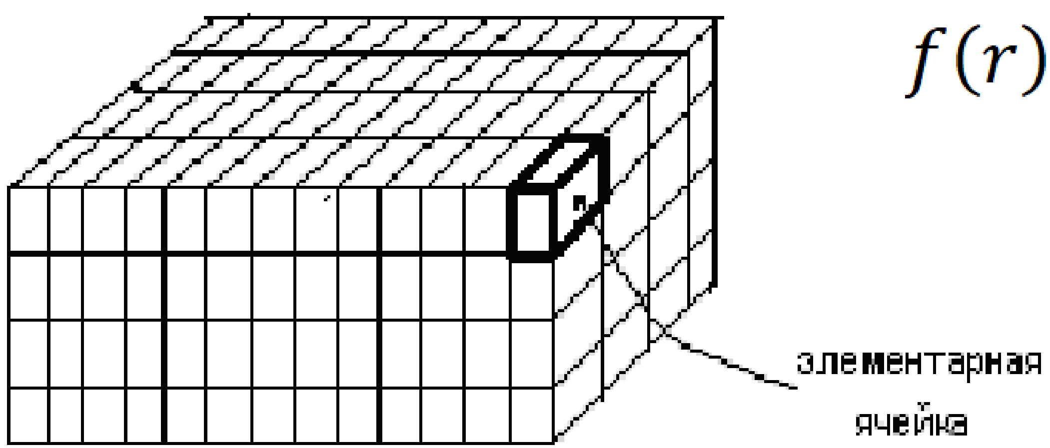
Например, методом марширующих кубов

Метод марширующих кубов

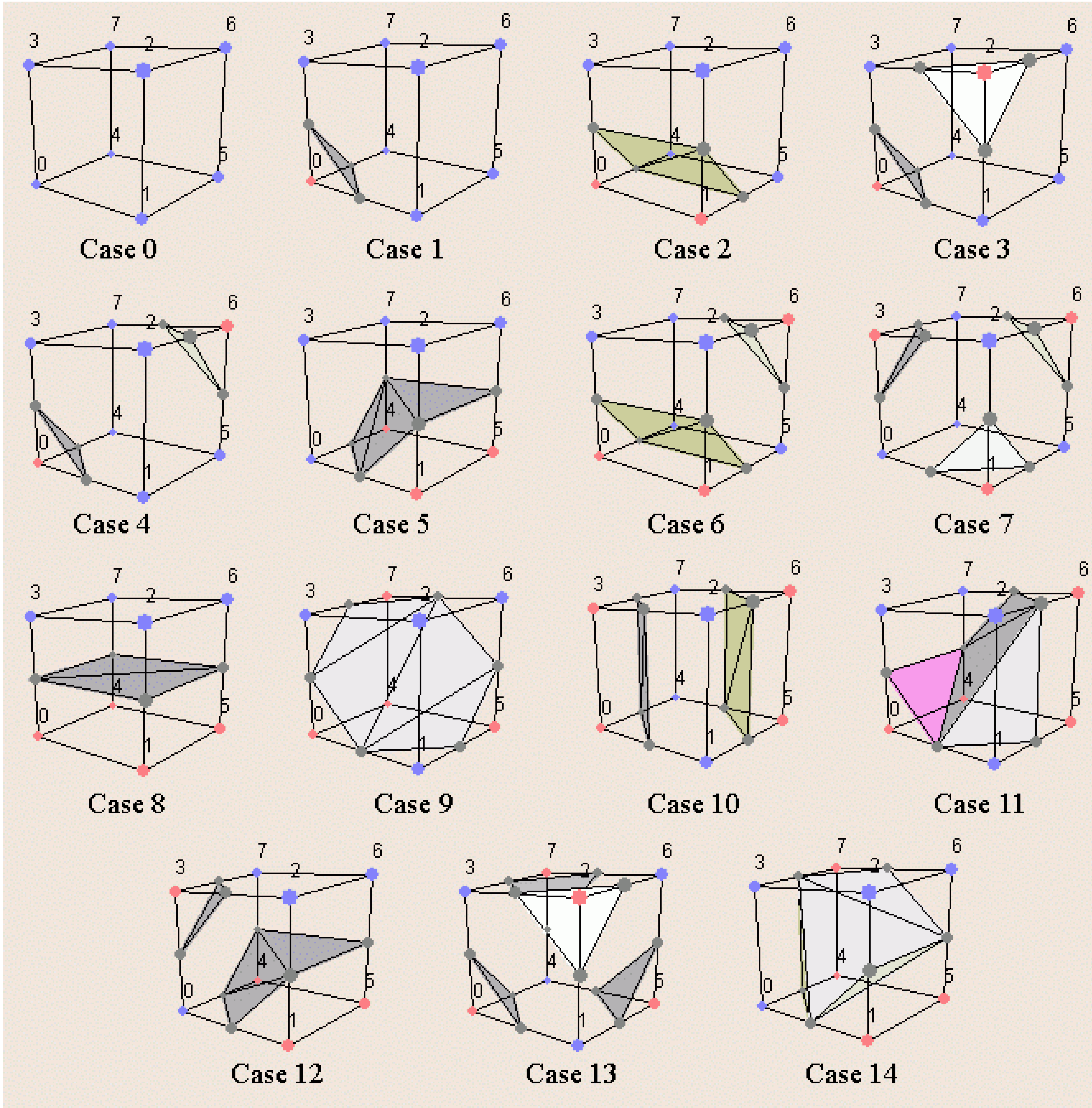
Построение изоповерхностей

$f(r),\ \ r \in D,\ \ \ D \in R^3$ $\qquad D = [a,b] \times [c,d] \times [e,f]$

$q_{i,j,k} = f(x_i, y_j, z_k)$ + линейная интерполяция между точками сетки



$f(r) = C_i\ ,\ \ i = 1, \ldots, n$


Case 0
Case 1
Case 2
Case 3
Case 4
Case 5
Case 6
Case 7
Case 8
Case 9
Case 10
Case 11
Case 12
Case 13
Case 14